LI-019

カーネル相対主成分分析による多クラスパターン認識
Kernel Relative Principal Component Analysis for Multiclass Pattern Recognition

鷲沢 嘉一 † **疋田 謙司** ‡ **田中 聡久** § **山下 幸彦** †

Yoshikazu Washizawa Kenji Hikida Toshihisa Tanaka Yukihiko Yamashita

1. はじめに

パターン認識のための識別器の一構成法に CLAFIC (CLass-Featuring Imformation Compression) 法 [1] がある．CLAFIC 法ではカテゴリー Ω_i の入力パターンベクトル $\boldsymbol{f}$ と Ω_i の部分空間への投影距離の 2 乗平均 J_1 が小さくなるように部分空間を決定する．即ち行列 P_i のランクを固定して

$$J_1[P_i] = \underset{\boldsymbol{f}\in\Omega_i}{E} \|\boldsymbol{f} - P_i\boldsymbol{f}\|^2 \tag{1}$$

を最小にする P_i を求める．ここで $\|\cdot\|$ はノルム，E は母集団平均を表す．解 P_i は $\boldsymbol{f}$ の Karhunen-Loeve (KL) 変換となる．

この P_i は，Ω_i に含まれる特徴を抽出することができるので，P_i を類内特徴抽出作用素と呼ぶ．CLAFIC 法では未知のパターン $\boldsymbol{x}$ を $\|P_i\boldsymbol{x}\|^2$ が最大となるカテゴリ Ω_i として決定する．CLAFIC 法の類内特徴抽出作用素は Ω_i の特徴を抽出するが Ω_i 以外のパターンは考慮していない．そこで自カテゴリの特徴を抽出しつつ他カテゴリの特徴を抽出しない相対主成分分析 (RPCA) 法が提案された [2],[3],[4].

また，近年 Support Vector Machine などのカーネル法によるパターン認識の研究が多くなされており，CLAFIC 法をカーネル化したカーネル主成分分析 (KPCA) 法又は, カーネル非線形部分空間 (KNS) 法 [5],[6] や RPCA 法をカーネル化したカーネル相対主成分分析 (KRPCA) 法 [7] が提案されている．

本研究では，KRPCA 法を多クラスの識別をするための他カテゴリの抑制方法と認識率の向上のための新たな識別規則を提案し，手書き数字の認識実験においてその有効性を示した．

2. 相対主成分分析

RPCA 法では Ω_i に属するパターン $\boldsymbol{f}$ に対して平均的に $\|\boldsymbol{f} - X_i\boldsymbol{f}\|^2$ を小さくするだけでなく，Ω_i 以外に属するパターン $\boldsymbol{g}$ に対する特徴量 $\|X_i\boldsymbol{g}\|^2$ を平均的に小さくするよう類内特徴抽出作用素を設計する．即ち X_i のランクを固定して

$$J_2[X_i] = \underset{\boldsymbol{f}\in\Omega_i}{E} \|\boldsymbol{f} - X_i\boldsymbol{f}\|^2 + \alpha \underset{\boldsymbol{g}\in\Omega_x}{E} \|X_i\boldsymbol{g}\|^2 \tag{2}$$

を最小にする X_i を求める．ここで α は他クラスの抑制の度合いを調整するパラメータ，Ω_x は抑制すべきパターンの集合を表し，Ω_x を抑制集合と呼ぶ．

RPCA 法においては，X_i が正射影ではないため以下の 2 通りの識別規則は等価ではない．

1. $\|X_i\boldsymbol{x}\|^2 > \|X_j\boldsymbol{x}\|^2 \ \ \forall j \neq i \Rightarrow x \in \Omega_i$
2. $\|\boldsymbol{x} - X_i\boldsymbol{x}\|^2 < \|\boldsymbol{x} - X_j\boldsymbol{x}\|^2 \ \ \forall j \neq i \Rightarrow x \in \Omega_i$

CLAFIC 法においては，P_i が正射影となるのでこの 2 つの評価基準は等価である．また，RPCA 法では識別規則 2 の方が高精度の認識率を示すことが実験的に示されている [4].

3. カーネル主成分分析

KPCA 法では CLAFIC 法にカーネル法を適用する．即ち P'_i のランクを固定して

$$J_3 = \frac{1}{L}\sum_{s=1}^{L} \|\Phi(\boldsymbol{f}_s) - P'_i\Phi(\boldsymbol{f}_s)\|^2 \tag{3}$$

を最小にする P'_i を求める．ここで L は自クラスサンプル数，$\Phi(\cdot)$ は高次元への非線形写像を表す．カーネル関数を $k(\cdot,\cdot)$, $\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{x}) = (k(\boldsymbol{f}_1,\boldsymbol{x}),\ldots,k(\boldsymbol{f}_L,\boldsymbol{x}))^T$ として $Y = (\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{f}_1),\cdots,\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{f}_L))$ の固有値を昇順に λ_i とし，λ_i に対応する固有ベクトルを $\boldsymbol{v}_i$ とすると，J_3 を最小にする解は,

$$\|P'_i\Phi(\boldsymbol{x})\|^2 = \sum_{j=1}^{d} \frac{1}{\lambda_j} |\langle \boldsymbol{v}_j, \boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{x})\rangle|^2 \tag{4}$$

で与えられる．ここで d は作用素のランク，$\langle\cdot,\cdot\rangle$ は内積を表す．

4. カーネル相対主成分分析

KRPCA 法では RPCA 法にカーネル法を適用する．即ち X'_i のランクを固定して

$$J_4[X'_i] = \frac{1}{L}\sum_{s=1}^{L} \|\Phi(\boldsymbol{f}_s) - X'_i\Phi(\boldsymbol{f}_s)\|^2 + \alpha\frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M} \|X'_i\Phi(\boldsymbol{g}_t)\|^2 \tag{5}$$

を最小にする X'_i を求める．ここで M は抑制集合のサンプル数を表す．

$\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{x}) = (k(\boldsymbol{f}_1,\boldsymbol{x}),\ldots,k(\boldsymbol{f}_L,\boldsymbol{x}),k(\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{x}),\cdots,k(\boldsymbol{g}_L,\boldsymbol{x}))^T$,
$K_1 = (\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{f}_1),\ldots,\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{f}_L))$, $K_2 = (\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{g}_1),\cdots,\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{g}_M))$,
$\tilde{K}_1 = [\frac{1}{\sqrt{L}}K_1 \ \boldsymbol{0}_{(L+M)M}]$, $\tilde{K}_2 = [\boldsymbol{0}_{(L+M)L} \ \sqrt{\frac{\alpha}{M}}K_2]$,
$K = [K_1 \ K_2]$, $\tilde{K} = \tilde{K}_1 + \tilde{K}_2$,
$A = K^{1/2}K^{\dagger}\tilde{K}_1\tilde{K}_1{}^T(\tilde{K}\tilde{K}^T)^{\dagger}\tilde{K}$ としたとき AA^T の固有値を昇順に λ_i とし，λ_i に対応する固有ベクトルを $\boldsymbol{u}_i$，固有値が非零の固有値に対して $\tilde{\boldsymbol{v}}_i = (A\tilde{K}^{\dagger})^T\boldsymbol{u}_i$ とすると，J_4 を最小にする解は,

†東京工業大学理工学研究科
‡（株）日本テキサス・インスツルメンツ
§理化学研究所 脳科学総合研究センター

$$\|X_i'\Phi(\boldsymbol{x})\|^2 = \sum_{n=1}^{d} |\langle \tilde{\boldsymbol{v}}_n, \boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{x})\rangle|^2 \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\|\Phi(\boldsymbol{x}) - X_i'\Phi(x)\|^2 &= k(\boldsymbol{f},\boldsymbol{f}) + \sum_{n=1}^{d}\{|\langle \tilde{\boldsymbol{v}}_n, \boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{x})\rangle|^2 \\ &\quad -\langle \tilde{\boldsymbol{v}}_n, \boldsymbol{h}\rangle\langle (K^{1/2})^{\dagger}\boldsymbol{u}_n, \boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{x})\rangle\}\end{aligned} \tag{7}$$

で与えられる．ここで † は Moore-Penrose 一般逆を表す．

5. 抑制集合

式 (6),(7) の $\boldsymbol{u}_i, \tilde{\boldsymbol{v}}_i$ を求めるために行列 AA^T の固有値分解が必要となる．AA^T の次元数は，自クラスサンプル数と抑制集合のサンプル数の和 $L+M$ となる．現在の一般的なコンピュータでは固有値分解の次元は数千が限界である．従って多クラスの識別を行う場合，他カテゴリすべてを抑制集合とすると計算ができない可能性がある．そこで以下の規則により抑制集合 Ω_x を定義した．

1. 各カテゴリに対し，KPCA 法により P' を求める．
2. 設計するカテゴリを Ω_i とし，他カテゴリの学習パターン $\boldsymbol{g} \in \Omega_j (j \neq i)$ に対し，以下の評価量 $t(\boldsymbol{g})$ を求める．
$$t(\boldsymbol{g}) = \|P_i'\Phi(\boldsymbol{g})\|^2 / \|P_j'\Phi(\boldsymbol{g})\|^2 \tag{8}$$
3. 抑制集合のサンプル数 L をパラメータとし，$t(\boldsymbol{g})$ の大きいサンプル L 個を抑制集合とする．

これにより，カテゴリ Ω_i に関して Ω_i に近く，かつ異なるパターンを抑制集合とすることができる．

6. 手書き数字認識実験

認識実験には，手書き数字データベースの U.S. Postal Service digit datebase (USPS) を用いた．USPS は，‘0’-‘9’ の 10 クラスの手書き数字からなり，合計で設計用 7291 文字，試験用 2007 文字のサンプルがある．特徴抽出には加重方向ヒストグラム法 [8] を用い，入力パターンベクトルの次元数は 64 とした．各手法においてパラメータを変化させたとき，最も認識率の高かったものとそのときの α，作用素のランクを表 1 に示す．識別規則については RPCA,KRPCA 法とも識別規則 2 とした．また，カーネル関数として以下の式を用いた．

$$k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = (\langle \boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\rangle)^3 \tag{9}$$

表 1: 手書き数字認識実験の結果

識別手法	誤認識率	ランク	α	L
CLAFIC	5.38	9	–	–
RPCA	4.91	12	$10^{-2.5}$	25
KPCA	4.43	150	–	–
KRPCA	3.49	20	$10^{-4.0}$	150

7. SVM との比較

SVM を設計するためには凸二次計画法を解く必要があり，これには多くの計算時間を必要とする．また，SVM を多クラス識別器として実現する手法も提案されているが [9]，基本的には 2 クラス分類器であるため，クラス数が巨大な場合には設計，認識とも多くの計算時間を必要とする．

しかし，本手法では抑制集合のサンプル数 L をパラメータとして指定できるため，クラス数が非常に多い場合でも，固有値分解の次元の増大を抑制することができる．また，解も数理計画法を必要とせず，固有値問題の解として求めることができる．

8. むすび

本研究では，KRPCA 法の多クラス識別器への拡張のための他カテゴリの抑制方法と RPCA 法で実験的に性能が示された識別規則の KRPCA 法への応用について提案し，手書き数字文字認識実験を行った．その結果，本手法は従来手法の KPCA 法よりも約 1%低い誤認識率を示し，従来手法よりも有効であることが分かった。

今後は KRPCA 法のパターン認識以外への応用を検討する予定である．

本研究は，文部科学省科学研究補助金 (No.15500101) の補助を受けた．

参考文献

[1] S. Watanabe and N. Pakvasa, “Subspace method in pattern recognition,” Proc. 1st Int. J. Conf on Pattern Recognition, Washington DC, pp. 2-32, Feb. 1973.

[2] Y. Yamashita and H. Ogawa, “Ralative Karhunen-Loéve transform,” IEEE Transaction on Singal Processing. **44**(2):371-378, Feb. 1996.

[3] Y. Ikeno, Y. Yamashita, and H. Ogawa, “Relative Karhunen-Loève transform method for pattern recognition, ” Proceedings of the 14th International Conference on Pattern Recognition. **2** 1031-1033, 1998.

[4] 鷲沢 嘉一，疋田 謙司，田中 聡久，山下 幸彦，“パターン認識のための相対 KL 変換法の高精度化,” 情報科学技術フォーラム 2002 一般講演論文集, I-48, pp. 95-96, Sep 2002.

[5] 前田 英作，村瀬 洋，“カーネル非線形部分空間法によるパターン認識,” 信学論，vol. J82-D-II, no. 4, pp. 600-612, Apr.1999.

[6] 津田 宏治，“ヒルベルト空間における部分空間法,” 信学論，vol. J82-D-II, no. 4, pp. 592-599, Apr. 1999.

[7] 疋田 謙司, 山下 幸彦, “カーネル相対 KL 変換法によるパターン認識” 信学技報, Number PRMU2001-290, pp. 145-152, Mar 2002.

[8] 若林 哲史，鶴岡 信治，木村 文隆，三宅 康二，“特徴量の次元数増加による手書き数字認識の高精度化，” 信学論, vol. J77-D-II, no. 10, pp. 2046-2053, Oct. 1994.

[9] J. Weston and C. Watkins, “Support vector machines for Multi-class pattern recognition,” Technical Report CSD-TR-98-04, Royal Holloway University of London, 1998.