領域画像マッチングのための初期探索法

山下 幸彦† 若原 徹††

† 東京工業大学
 東京都目黒区大岡山 2-12-1
 †† 法政大学
 東京都小金井市梶野町 3-7-2
 E-mail: †yamasita@ide.titech.ac.jp, ††wakahara@hosei.ac.jp

あらまし 画像マッチングは,画像処理における最も重要な手法の一つである。その中で領域マッチング法に分類さ れる GAT/GPT (Global Affine Transform/Global Projection Transform) 相関法は,高精度なマッチングを実現する ことができる。しかしながら,GAT/GPT 相関法で直接 whole-to-part のマッチングを実現する場合,多数の大きさ のスライディングウィンドウを用いる必要があるため,計算時間がかかるという問題がある。本稿では,スライディ ング離散フーリエ変換を用いた領域マッチングのための初期位置を探索する高速な手法を提案する。さらに,計算機 実験によって,ASIFT と RANSAC を組み合わせた手法との比較を行い,提案手法の有効性を示す。 **キーワード** 画像マッチング,領域マッチング,GAT/GPT 相関,初期探索

An initial search method for region-based image matching

Yukihiko YAMASHITA[†] and Toru WAKAHARA^{††}

† Tokyo Institute of Technology 2-12-1, O-okayama, Mekuro-ku, Tokyo, 152-8552 †† Hosei University 3–7–2 Kajino-cho, Koganei-shi, Tokyo 184-8584 E-mail: †yamasita@ide.titech.ac.jp, ††wakahara@hosei.ac.jp

Abstract GAT/GPT (Global Affine Transform/Global Projection Transform) correlation methods for image matching that is one of the most important methods in the field of image processing can perform a precise image matching. When GAT/GPT correlation methods are applied to whole-to-part matching, it can be realized by sliding windows with various sizes but it needs much calculation time. In this paper we propose a fast initial search method using the sliding Discrete Fourier Transformation for the region-based image matching. Furthermore, by experiments we compare and evaluate the proposed method against the combination of ASIFT and RANSAC. **Key words** Image matching, region-based matching, GAT/GPT correlation, initial search

1. はじめに

画像マッチングは、物体検出、パターン認識などに応用され、 画像処理における最も重要な手法の一つである。画像マッチン グを実用的なものにするためには、テンプレート画像に対して、 入力画像での位置や照明の変化の他、回転を含む変換や、場合に よっては物体変形に対して頑健である必要がある。そのために、 数多くの画像マッチング手法が提案されている。それらを大き く分ければ、画像から特徴点を抽出し、その特徴点の整合性を 評価する特徴点マッチング法の2つが存在する。特徴点マッチング 法の中では、Scale-Invariant Feature Transform (SIFT) [1], [2] に基づく手法が広く用いられており、SIFT を Affine 変換に頑 健にした ASIFT [3] と RANSAC [4] の組み合わせは、実用的で 頑健な画像マッチングを可能にしている。領域マッチング法は、 ガウス平滑化や固有値展開によりパターン変動を吸収した飯島 による複合類似度 [5] や、変換を直接求める Lucus-Kanade ア ルゴリズム [6] などに始まり、現在でもその性能を高めるべく研 究が続けられている [7]。その中で、若原らによる GAT/GPT (Global Affine Transform/Global Projection Transform) 相 関法 [8]~[10] は、評価基準を微分して得られる非線形方程式を 線形近似し、その線形方程式の解で与えれる変換で入力画像を



(b) ガウスボケ画像 (c) 横方向微分画像 (d) 縦方向微分画像 図 1 三角関数のスライディング畳み込み和によるガウス平滑化法

(e) LoG 画像

変換することを繰り返すことにより、特徴点に基づく手法より も高精度なマッチングを可能にしている。例えば, GPT 相関 法に同一エッジ方向平均最小距離使った kNN による MNIST の手書き文字認識では,認識率 99.7% という, kNN に基づく 手法としては、非常に高い値が得られている。

MNIST の認識では、入力画像とテンプレート画像とも、文字 を切り出した後のマッチングであるため, whole-to-whole マッ チングに分類できる。Computer Vision の応用では、入力画像 の一部分にテンプレート画像の物体が写っており、それを検出 する whole-to-part マッチングが重要である。領域マッチング 法でも、適切な初期位置から計算を始めれば、計算時間は特徴 点マッチング法とほぼ同程度になる。しかしながら、適切な初 期位置がわからない場合に,領域マッチング法で whole-to-part を実現するためには、多数の大きさのスライディングウィンド ウから切り出した入力画像に対して、マッチングを試みること が必要である。このようにすることで、マッチングは可能であ るが、特徴点マッチング法に比べて計算時間がかかるという 問題がある。従って、高速な初期位置探索法を研究する必要が ある。

スライディング離散フーリエ変換を用いたガウス平滑化は, その計算量のオーダーが平滑化量に依存せず、画素数に比例し たものになる [11]~[14] 。本稿では、このガウス平滑化を利用 し、SIFT の特徴点での特徴量に基づく領域特徴量とその計算 法、そしてその特徴量を使った初期位置の探索法を提案する。 さらに、計算機実験によって、ASIFT と RANSAC を組み合 わせた手法との比較を行い、提案手法の有効性を示す。

2. 有限区間三角関数の畳み込み和によるガウス 平滑化法

2.1 ガウス平滑化の近似実現

1次元離散点上の関数で記述する。ガウス関数は標準偏差 の数倍で急速に0に近づくため、有限区間 [-K, K] で考え、 $G[n] = e^{-(\pi n/K)^2/(2\sigma^2)}$ による平滑化を考える。 σ は、区間両 端を π , $-\pi$ と考えたときの標準偏差で、画像上での標準偏差 は $\sigma K/\pi$ である。関数 f[n] に対して, ガウス平滑化やその1 階,2階微分の近似を求めるためには,次の値が求まれば良い。

$$\sum_{k=-K}^{K} G[k]f[n-k] \tag{1}$$

$$\sum_{k=-K}^{K} kG[k]f[n-k] \tag{2}$$

$$\sum_{k=-K}^{K} k^2 G[k] f[n-k] \tag{3}$$

簡単のため、 $\beta = \pi/K$ とおき、次の近似を考える。

$$G[k] \simeq \sum_{p=0}^{P} a_p \cos(\beta pk)$$
$$kG[k] \simeq \sum_{p=1}^{P} b_p \sin(\beta pk)$$
$$k^2 G[k] \simeq \sum_{p=0}^{P} d_p \cos(\beta pk)$$

Pは計算量を減らすため、DFT を打ち切る次数である。ここ では、Pとして2から4程度を想定している。

有限区間三角関数の畳み込み和を次式で定義すれば,

$$c_p[n] = \sum_{k=-K}^{K} f[n-k] \cos(\beta pk)$$
$$s_p[n] = \sum_{k=-K}^{K} f[n-k] \sin(\beta pk)$$

式(1)-(3)の近似は、次式で表すことができる。

$$\sum_{k=-K}^{K} G[k]f[n-k] \simeq \sum_{p=0}^{P} a_p c_p[n]$$
$$\sum_{k=-K}^{K} kG[k]f[n-k] \simeq \sum_{p=1}^{P} b_p s_p[n]$$
$$\sum_{k=-K}^{K} k^2 G[k]f[n-k] \simeq \sum_{p=0}^{P} d_p c_p[n]$$

図1に,標準画像 Lenna を,有限区間三角関数の畳み込み和 によりガウス平滑化した結果を示す。

2.2 有限区間三角関数の畳み込み和の高速計算

簡単のために、複素指数関数を使って表す。Kober は、カー ネル積分

$$u[n] = \sum_{k=1}^{n} f[k]e^{i\beta pk} \tag{4}$$

を使って、有限区間三角関数の畳み込み和 $c_p[n]$ と $s_p[n]$ を、次



式で求めた。

 $c_p[n] + is_p[n] = e^{-i\beta pn} (u[n+K] - u[n-K-1])$ (5)

この u[n] は、次の漸化式で計算することができる。

$$u[n] = u[n-1] + f[n]e^{i\beta pn}$$
(6)

この式では,三角関数を1周期分記憶して,信号にかけていく 必要がある。少し変形して,IIR フィルタの形にする。

$$v[n] = e^{-i\beta p}v[n-1] + f[n]$$
(7)

とすれば、 $c_p[n]$ と $s_p[n]$ は、次式で求まる。

$$c_p[n] + is_p[n] = (-1)^p (v[n+K] - v[n-K] + x[n-K])$$
(8)

また,積分値でなく,直接,区間和を計算することもできる。 こうする方が数値計算精度は向上するが,*K*,*p*を整数倍した 場合への,積分値の再利用はできなくなる。

杉本 (2017) らは 2 次のフィルタを使うことを提案している。

$$v[n+1] = 2\cos(\beta p)v[n] + v[n-1] + f[n+1] - e^{i\beta p}f[n]$$
(9)

この式では、実数部と虚数部が分離しているため、 $c_p[n] \geq s_p[n]$ を別々に計算することが可能である。従って、 $c_p[n]$ だけが欲しい場合などに計算量を削減することができる。しかしながら、2階の微分方程式を解く形になっており、単精度浮動小数点演算で計算したときに、計算精度に問題が生じる場合が考えられる。

2.3 打ち切り誤差

区間長や P を打ち切るため、ガウス関数の近似に誤差が生じる。画像上での標準偏差は $\sigma K/\pi$ を一定にしても、K と σ に自由度が生じるが、打切り誤差は σ に大きく依存し、K にはあ

まり依存しない。

図 2 は, $P = 2 \ge P = 4$ のときの, G[n], nG[n], LoG の 近似誤差を,平均 2 乗誤差ともとの関数の 2 乗平均の比の平方 根で示したものである。

P = 2の場合, $\sigma = 1.1$ とすれば, 誤差はガウス関数で 1%, 微分ガウス関数で 5%, LoG で 10% 程度となる。P = 4の場 合, $\sigma = 0.85$ とすれば, ガウス関数で 0.1%, 微分ガウス関数 で 0.5%, LoG で 1% 程度となる。

2.4 単精度浮動小数点演算誤差

倍精度浮動小数点演算を使えば、有限区間三角関数の畳み 込み和の計算は十分な精度で計算できるが、今後重要になる 安価な GPU は単精度浮動小数点演算器しか積んでいないた め、単精度浮動小数点演算による精度評価を行う。標準画像 Lenna と Barbara をそれぞれ、1 次元信号として考え、連結し た 524288 (= 512×512×2) 次元のベクトルを入力とした。図 3 に、K = 256のときの、 $c_1[n]$ の区間長 10,000 での最大誤差 と、同区間での対象信号の 2 乗平均の平方根との比を示す。

単精度浮動小数点の計算では、2次 IIR では、初めの1万点 で2% 程度の誤差があり、十分とは言えない。

3. 提案手法

ここでは,提案手法のアルゴリズムを説明する。そのために, まず,提案手法で用いるフーリエ記述エッジ方向ヒストグラム に関して説明する。

3.1 フーリエ記述エッジ方向ヒストグラム

エッジ方向ヒストグラム $D(\theta)$ は、ある領域内の θ 方向のエッジの強さの(重み付き)和である。これを、Q次のフーリエ級数で記述する。



図 3 単精度計算誤差(Kernel:カーネル積分(式(6)), IIR:1次IIR(式(7)), 2ndIIR:2 次 IIR(式(9))。Bを付加したものは,区間積分で計算。)

$$D(\theta) = \sum_{q=-Q}^{Q} d_n e^{iq\theta}$$
(10)

ここで、 $d_{-q} = \overline{d_q}$ が成立するため、係数 d_q の実数での自由度は 2Q + 1である。

入力画像 I(x, y) をガウス平滑化し、横と縦方向に微分した 画像を $I_X(x, y)$, $I_Y(x, y)$ とする。

$$\|I_1(x,y)\| = \sqrt{(I_X(x,y))^2 + (I_Y(x,y))^2}$$
(11)

とおけば,点 (x,y) におけるヒストグラムは,ディラック のデルタ関数 $\delta(\theta)$ を使って, $\|I_1(x,y)\|\delta(\theta - \theta(x,y))$ であ る。このとき, $I_X(x,y) = \|I_1(x,y)\|\cos\theta(x,y), I_Y(x,y) =$ $\|I_1(x,y)\|\sin\theta(x,y)$ が成立する。各点のフーリエ係数は,

$$d_{q} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \|I_{1}(x,y)\| \delta(\theta - \theta(x,y)) e^{-iq\theta} d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi} \|I_{1}(x,y)\| e^{-iq\theta(x,y)}$$

$$\simeq \frac{(I_{X}(x,y)) - iI_{Y}(x,y))^{q}}{2\pi (\|I_{1}(x,y)\|^{2} + \varepsilon)^{(q-1)/2}}$$
(12)

である。ここで、 ε は正則化定数である(実験では、 $\varepsilon = 10^{-12}$)。 この式を使えば、エッジ方向を量子化することなく、フーリ エ記述エッジ方向ヒストグラムを求めることができる。また、 エッジの基準方向を θ_0 回転したとき、回転したヒストグラム の係数 d'_a は、次式で得ることができる。

$$d'_q = d_q e^{-iq\theta_0} \tag{13}$$

3.2 領域特徴量

領域特徴量に関して説明する。入力画像 I の点 (x, y) におい て、スケール S の領域特徴量を記述する。S は、ガウス関数の 標準偏差で、その領域のおよその半径である。まず、P = 4 と した有限区間三角関数の畳み込み和によるガウス平滑化法によ り、I からスケール S/8 でガウス平滑化し、横と縦方向に微分 した画像 I_X 、 I_Y を求める。正弦成分を使うことにより、ガウ ス平滑化と微分は同時に行うことができる。そして、画像の各 点で、式 (12) を使って、フーリエ記述エッジ方向ヒストグラ



ムを求める。その 2Q + 1 の係数を, P = 2とした有限区間三 角関数の畳み込み和によるガウス平滑化法により,スケールを Sおよび S/4として平滑化したものをそれぞれ求める。(x,y)におけるスケール S のフーリエ係数から,一周を L等分した $\theta = 2\pi l/L$ (l = 0, 1, ..., L - 1) におけるヒストグラムの値を 求め,それが極大となる方向を,ヒストグラムの値が大きい方 から 2 つ求める。それぞれの角度がその対象領域の基準角度で あり,特徴量はその角度で正規化して求める。両者のヒストグ ラムの値の比が 1 に近いときには,2 つの角度に対する特徴量 をそれぞれ求める。比が 1 から離れているときには,最大の角 度に対してだけ特徴量を求める。

(x, y) での基準角度の1つを、 θ_0 とする。提案する領域特徴 量は、 θ_0 で正規化したときの、(x, y)の周りの M 点における、 スケール S/4 でガウス平滑化したフーリエ記述エッジ方向ヒス トグラムを並べたものである。

図4は、特徴量記述に使う原点を中心とした周辺のM点の 正規化座標 (x_m, y_m) (m = 1, 2, ..., M)を図示したもので ある。実際にヒストグラムを特徴量とする点の画像上の座標 (x'_m, y'_m) (m = 1, 2, ..., M)は、次式で与えられる。

$$x'_m = S(x_m \cos \theta_0 - y_m \sin \theta_0) + x \tag{14}$$

$$y'_m = S(x_m \sin \theta_0 + y_m \cos \theta_0) + y \tag{15}$$

スケール S/4 のフーリエ記述エッジ方向ヒストグラムはすべて の点で計算済みであるため、その値を抽出し、角度正規化のた めにヒストグラムを式 (13) で回転させる。これらの係数を並

Algorithm 1 特徵量計算法

Require: 入力画像 I ,初期スケール S_0 ,スケール更新比 r_S ,最大
スケール $S_{ ext{Max}}$, スケール S において特徴量を求める点の集合 T_S ,
特徴量となるヒストグラムを利用する点の特徴量を求める点からの
正規化座標 (x_m, y_m) $(m = 1, 2,, M)$
$S \Leftarrow S_0$
while $S \leq S_{\text{Max}} \mathbf{do}$
I をスケール S/8 でガウス平滑化し,横と縦方向に微分した画像
$I_{ m X}$, $I_{ m Y}$ を求める。
画像の各点でフーリエ記述エッジ方向ヒストグラムの係数を求
める。
2Q+1 個の係数を,スケール S および S/4 でガウス平滑化する。
for $(x, y) \in T_S$ do
スケール S で平滑化した係数を使って,基準方向を(複数)求
める。
for $\theta_0 \in (得られた基準方向の集合)$ do
基準方向 θ ₀ に対して, 式 (14), (15) を使い, ヒストグラム
を利用する点の座標を求める。
それらの点におけるスケール S/4 のフーリエ記述エッジ方
向ヒストグラムを,式 (13) で回転させ,並べて $M(2Q+1)$
次元のベクトルを得る。
得られたベクトルのノルムを1に正則化して, (x, y) におけ
る特徴量の1つとして記憶する。
end for
end for
$S \Leftarrow r_S S$
end while

ベ, M(2Q + 1)次元のベクトルが得られる。このベクトルを ノルムを1に正規化したものが, (x, y)での最終的な特徴量と なる。

特徴量を求める点 (*x*, *y*) は、画像中を *S* に比例した値で、格 子点状に走査する。その比例係数としては 0.2 程度を用いる。

画像から特徴量も求めるアルゴリズムを Alogrithm 1 にまとめる。

3.3 マッチング

マッチングの基本的方法は以下のとおりである。テンプレート画像の抽出したい物体領域の中心を,特徴量を抽出する点 (x, y)とし,そのおよその半径をスケールSとして,特徴量抽 出を行い,その特徴量を記憶する。その特徴量をテンプレート 特徴量と呼ぶ。入力画像を複数スケールと格子点走査で特徴量 を求め,その中から,テンプレート特徴量との内積が大きい特 徴量を出力した座標を,検出位置とする。また,両者の基準角 の差は,物体領域の回転角と考えることできる。後段処理のた めに,1点ではなく複数の候補点の抽出を行いたい場合は,内 積が大きい順番に複数個の特徴量を抽出することもできる。

しかしながら、画像の変形量が大きいときには、特徴ベクト ルが異なってしまい、マッチング精度が下がることが考えられ る。そこで、ASIFTの考え方を使って、画像をAffine変換し、 特徴量を抽出してマッチングさせるさせることを考える。入力 画像を変形させると、全体の特徴抽出の計算時間が、変形しな い場合の計算時間に変形パターン数をかけた値になってしまう。 そこで、ここでは入力テンプレートだけ変形させることにする。 そして、対象物体に対する特徴量を複数個用意し、入力画像の 特徴量との内積を計算し、最大となるものを選び出す。内積の 計算時間が増えることになるが、全体の計算時間が大きく変わ ることはない。

また、スケールに関しても、入力画像のスケールの種類にお よそ比例して特徴抽出の計算時間が増加する。そこで、スケー ルの小さな変化に関してはテンプレートの方で対応することに する。例えば、実験では、入力画像に対するスケール変化は 2 倍 ($r_S = 2$)とし、テンプレートでは、 $S_0 \ge \sqrt{2}S_0$ の 2 種類の スケールを用いる。このようにすると、厳密にはマッチングす る領域の大きさが多少異なることになるが、スケールを $\sqrt{2}$ ず つ変化させたマッチングが実現できる。

4. 計算機実験

提案手法の性能を調べるために、画像から目標とする物体 のおよその位置を検出する実験を行った。また、その結果を ASIFT+RANSACと比較する。実験に用いる画像データセッ トは、Graffiti (800×640 画素)と、Boat (850×680) [15] で ある。Graffiti は、グレイスケール画像に変換して用いた。そ れぞれ、6 種類の画像 (img1~img6) からなる。目標領域は、 Graffiti では img1 の人物の領域、Boat では img1 のボートの 領域とするために、特徴量抽出のための中心座標およびスケー ルを、それぞれ、(430,310) およびスケール 150 とその $\sqrt{2}$ 倍、 中心座標 (425,340) およびスケール 200 とその $\sqrt{2}$ 倍とした。 テンプレート画像を、検出位置を中心として、無変換も含めて 9 種類の Affine 変換を施し、特徴量を求めた。目標を検出する 入力画像は、img2~img6 を使った。入力画像に対して、スケー ルを 2 倍に変化させ、特徴量の中心点をスケールの 20% の幅 で移動させ、特徴量を計算した。

ASIFT+RANSAC のテンプレート画像は,Graffiti のテン プレートは人物を中心に,img1 から 490 × 368 画素を切り出 したもの,Boat では img1 それ自体とした。入力画像は,提案 手法と同じである。ASIFT+RANSAC は,OpenCV の SIFT と RANSAC をライブラリーとして使う python の公開されて いるプログラム [16] をほぼそのまま利用した。OpenCV は, version 3.4.1 を用いた。

図5にGraffitiの,図6にBoatのテンプレート画像となる img1と,提案手法によって特徴量の相関が最も大きくなった, 中心点とスケールを図示した。この図から,提案手法によっ て正しく物体位置が正しく検出できていることがわかる。図 5(b)-(f),図6(b)-(f)で中心から円周に伸びる線分は,エッ ジ方向ヒストグラムが最大になる基準方向を示している。こ の方向が物体に対して一定していない理由は,複数種類ある テンプレートの基準方向が物体に対して異なるためである。 ASIFT+RANSACでも,すべての画像に対して,正しく物体 を検出できた。

表1に,計算時間を示す。使用した計算機の CPU は, Intel(R) Core(TM) i5-6400 CPU @ 2.70GHz である。表中の値 は,提案手法, ASIFT+RANSAC ともに,テンプレートの作



図 6 Boat の探索結果((b)-(f)の円の中心が検出位置、半径が検出したスケールを表す。)

成時間は除いたものである。

ASIFT+RANSACは、プログラムに設定されていたそのま まのパラメータで計算しており、さらなる高速化が可能である が、提案手法も十分に高速に計算できていると考えることが できる。そして、スライディングフーリエ変換結果の再利用の 実装や、提案手法は単純な浮動小数点演算で計算できるため、 GPUによる高速化も容易である。また、本手法では、入力画 像のすべての点で、スケールごとにエッジ方向ヒストグラムが 計算されているため、その情報を後段の認識などに利用するこ とも可能である。

5. ま と め

GAT/GPT 相関法などの画像の領域マッチング法のための, スライディングフーリエ変換によるガウス平滑化を用いた高 速初期探索法を提案した。そして,ASIFT+RANSACとの比 較実験により,提案手法の有効性を示した。今後の課題は,計 算の高速化と,実際に GAT/GPT 相関法と組み合わせた画像 マッチング法を実装することである。

献

文

- D.G. Lowe, "Distinctive image features from scale-invariant keypoints," Int. J. Comput. Vision, vol.60, no.2, pp.91–110, Nov. 2004.
- [2] Y. Ke and R. Sukthankar, "PCA-SIFT: A more distinctive representation for local image descriptors," Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp.506–513, CVPR'04, IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, 2004. http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1896300.1896374
- [3] J.-M. Morel and G. Yu, "ASIFT: A new framework for fully affine invariant image comparison," SIAM J. Img. Sci., vol.2, no.2, pp.438–469, April 2009.
- [4] M.A. Fischler and R.C. Bolles, "Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to im-

表 1 計算時間 (second)

Image \setminus Method	ASIFT+RAMSAC	Ours
Graffiti	21.881	0.699
Boat	168.366	1.132

age analysis and automated cartography," Commun. ACM, vol.24, no.6, pp.381–395, June 1981.

- [5] 飯島泰蔵,パターン認識理論,森北出版,東京,日本,1989.
- [6] S. Baker and I. Matthews, "Lucas-kanade 20 years on: A unifying framework," Int. J. Comput. Vision, vol.56, no.3, pp.221–255, Feb. 2004.
- [7] S. Korman, D. Reichman, G. Tsur, and S. Avidan, "FAsT-Match: Fast affine template matching," Int. J. Comput. Vision, vol.121, no.1, pp.111–125, Jan. 2017.
- [8] T. Wakahara, Y. Kimura, and A. Tomono, "Affine-invariant recognition of gray-scale characters using global affine transformation correlation," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.24, no.4, pp.384–395, April 2001.
- [9] Y. Yamashita and T. Wakahara, "Affine-transformation and 2D-projection invariant k-NN classification of handwritten characters via a new matching measure," Pattern Recognition, vol.52, pp.459–470, April 2016.
- [10] S. Zhang, T. Wakahara, and Y. Yamashita, "Image matching using GPT correlation associated with simplified HOG patterns," Proceedings of 2017 Seventh International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications, vol.1, pp.1–6, November–December 2017.
- [11] E. Elboher and M. Werman, "Cosine integral images for fast spatial and range filtering," Proceedings of 2011 18th IEEE International Conference on Image Processing, pp.89– 92, Sept. 2011.
- [12] K. Sugimoto and S.-I. Kamata, "Compressive bilateral filtering," IEEE Transactions on Image Processing, vol.24, no.11, pp.3357–3369, Nov. 2015.
- [13] 杉本憲治郎,京地清介,鎌田清一郎,"離散コサイン変換に基づ く定数時間ガウシアンフィルタの包括的性能解析,"信学技報, vol.117, no.48, IE2017-4, pp.19–24, May 2017.
- [14] V. Kober, "Fast algorithms for the computation of sliding discrete sinusoidal transforms," IEEE Transactions on Signal Processing, vol.52, no.6, pp.1704–1710, June 2004.
- [15] Visual Geometry Group, University of Oxford, "Affine covariant features". http://www.robots.ox.ac.uk/~vgg/ research/affine/.
- [16] A. Alekhin, "Affine invariant feature-based image matching sample". https://github.com/opencv/opencv/blob/ master/samples/python/asift.py.