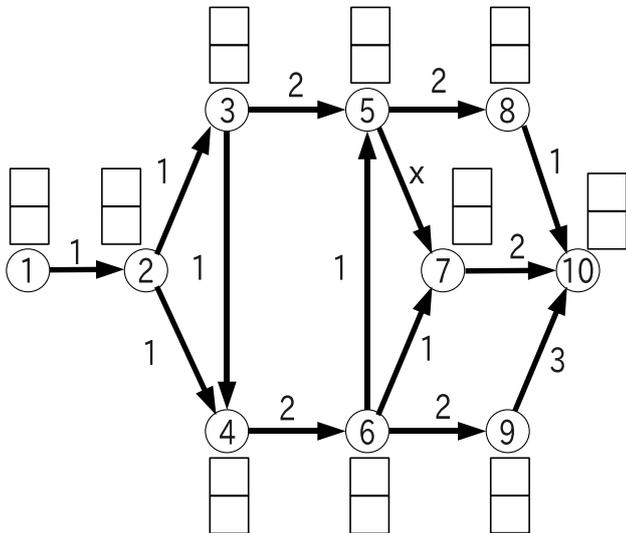


問1 . システム工学に関して、次の問いに答えよ。

(1) 次の文章の空欄 (a) ~ (h) を埋めよ。

- システム分析は企画段階の作業で、システムの (a) を明らかにし、複数のシステム案を作成・評価し、システムの概要を決定する。
- システム計画では、システムの概要決定後から完成までの (b) (計画は不可) を行う。
- システム製造では、システムで使用する機器などの (c) やマニュアルなどの (d) の作成を行う。
- システムサービスでは、持続的にシステムが目的を達成できるように (e) を行う。
- 故障率の単位に fit があり、1 [fit] は (f) 時間に 1 回故障する確率を意味する。
- 信頼性に関する MTBF は (g) の略であり、MTTR は (h) の略である。

(2) 次の PERT 図を考える。  $x = 3$  のとき、最早期結合点時刻、最遅結合点時刻、クリティカルパスを記せ (図を解答用紙に写し記す)。また、上で求めたクリティカルパスがクリティカルパスとなる  $x$  の範囲を求めよ。



問2 . 次の行列の逆行列を、行列式を使って表しなさい (行列式は展開しなくて良い)。

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{pmatrix}$$

問3 . ラプラス変換に関する次の問いに答えよ。

(1) 次の関数をラプラス変換しなさい。

$$f(t) = \begin{cases} e^{2t} & (0 \leq t \leq 1) \\ 0 & (t < 0 \text{ or } t > 1) \end{cases}$$

(2) 次の関数を逆ラプラス変換しなさい。

$$F(s) = \frac{2s^2 + 3s + 6}{(s+1)(s^2+4)}$$

ヒント：次のようにおいて、部分分数展開する。

$$F(s) = \frac{a}{s+1} + \frac{bs+c}{s^2+4}$$

(3) (難問)  $a > 0$  に対して、

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t < a) \\ 1 & (t \geq a) \end{cases} \quad (1)$$

をラプラス変換すると、次のようになる。

$$F(s) = \frac{e^{-as}}{s}$$

まず、 $F(s)e^{st}$  の留数の和を計算せよ。この結果は式 (1) と一致しない。その理由を記せ ( $|s|$  が大きくなったときに、 $F(s) \rightarrow 0$  となる範囲を考えよ)。

問4 . 次の関数の  $z$  変換を計算しなさい (サンプル周期  $T = 1$  とする)。

(1)

$$f(k) = \begin{cases} 0 & (k < 0 \text{ or } k : \text{odd}) \\ 1 & (k \geq 0 \text{ and } k : \text{even}) \end{cases}$$

(2)

$$f(k) = \begin{cases} 0 & (k < 0) \\ k & (k \geq 0) \end{cases}$$

ヒント：次の式や微分などを使い、後で  $x = z^{-1}$  を代入する。

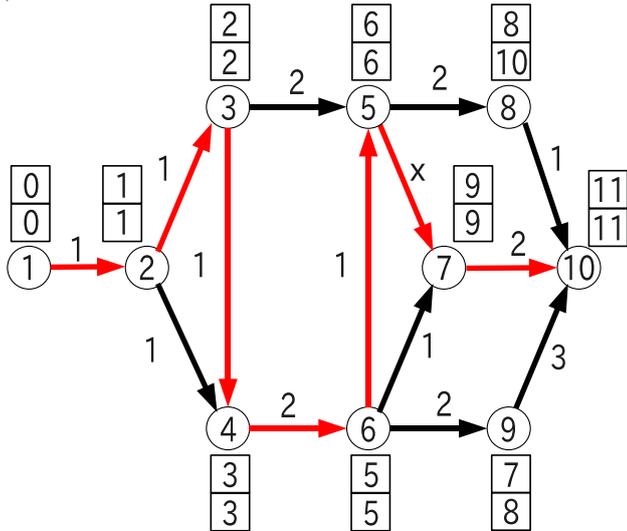
$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

謝辞：問1 (1) は片谷君，(2) は中谷君，問3 (2) は若林君，(3) はコウロさん，問4 (2) はジョイホウさんの問題を利用して頂きました。

解答例

問1 .

- (1)
- (a) 目的
- (b) 評価
- (c) ハードウェア
- (d) ソフトウェア
- (e) 整備・保守
- (f)  $10^9$
- (g) mean time between failure
- (h) mean time to repair
- (2)



$x$  を 3 より大きくしてもクリティカルパスは変わらない。逆に、 $x < 2$  とすると、そのパスを通る時間が、 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 10$  のパスを通る時間である 10 より短くなり、クリティカルパスでなくなる。従って、答えは  $x \geq 2$  である。

問2 .

$$\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} e & f \\ h & k \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} b & c \\ h & k \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} d & f \\ g & k \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c \\ g & k \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$


---


$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$$

問3 .

(1)

$$g(t) = \begin{cases} e^{2t} & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

とすれば、

$$f(t) = g(t) - e^2 g(t-1)$$

であるから、

$$F(s) = \frac{1}{s-2} - e^2 \frac{e^{-s}}{s-2} = \frac{1 - e^{-s+2}}{s-2}$$

となる。

(2)

$$F(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{s+2}{s^2+4} = \frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2+2^2} + \frac{2}{s^2+2^2}$$

となるので、逆ラプラス変換は次のようになる。

$$e^{-t} + \cos 2t + \sin 2t$$

(3) 極は  $s = 0$  だけである。従って、留数は、

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{e^{-as} e^{st}}{s} = 1$$

となる。これは、 $0 \leq t \leq a$  の部分が一致しない。

この理由を示す。ラプラス逆変換を留数定理を使って求めるときに、 $Re(s) \leq \sigma$  の領域で  $|s| \rightarrow \infty$  で、 $F(s) \rightarrow 0$  であるため、 $\sigma - i\infty$  から  $\sigma + i\infty$  の積分が、 $Re(s) \leq \sigma$  の領域の留数の和で表すことができることを使っていた。しかしながら、

$$F(s)e^{st} = \frac{e^{s(t-a)}}{s}$$

となるため、 $t - a < 0$  の場合、 $Re(s) \rightarrow -\infty$  で、 $F(s)$  が発散し、上記の性質が使えない。そのため、ラプラス逆変換が  $F(s)e^{st}$  のすべての留数の和として表せなくなった。

$t - a < 0$  の場合に留数を使って逆ラプラス変換を実行するためには、次のようにする。この場合は、 $\sigma - i\infty$  から  $\sigma + i\infty$  の積分は、 $Re(s) \geq \sigma$  領域の留数の和で表すことができる。ラプラス変換した関数にはこの領域には留数がないため、逆ラプラス変換した値は 0 になる。

問4 .

(プリントで  $z$  変換を留数定理で計算するときの符号が間違っていたため、その符号に関する誤りは減点しません。)

(1)

$$F(z) = 1 + z^{-2} + z^{-4} + z^{-6} + \dots = \frac{1}{1 - z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2 - 1}$$

となる。

(2)

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

より、

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{1-x} = 1 + 2x + 3x^2 + \dots$$

となり、

$$x \frac{d}{dx} \frac{1}{1-x} = x + 2x^2 + 3x^3 + \dots$$

となる。左辺を計算すると、

$$x \frac{d}{dx} \frac{1}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2}$$

となる。従って、して、 $x = z^{-1}$  とおいて、

$$F(z) = \frac{z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{z}{(z-1)^2}$$

となる。