

# 電気・磁気工学基礎

1日目～4日目

---

## 内容

- イントロダクション（目的と講義日程）
- 物理から電気回路へ
- 主な回路素子
- 回路方程式と回路理論
- 回路解析と電力伝送
- 演算増幅器と増幅モデル
- 動的回路素子

# 0 イントロダクション

## 0.1 本講義の目的

### 融合理工学系

- 複雑化する問題
  - 増加する資源消費と廃棄物  
⇒ 地球環境問題
  - 地球の自然に比べて，人類の力が強くなった
  - もし，人類の力が弱かったら，一つの都市や文明が消えて無くなるだけで終わった。実際に，そういうことは起きた。テレビ番組で静かな曲が流れて終わるだけ。
  - しかし，その力が大きくなったため，人類ばかりか他の生き物も生きられなくなる。
- このような問題を解くためには，国際的な協力や規則が必要
- しかしながら，このような問題を解くことは難しい。
  - ある研究グループは「問題ない」と言う。（東工大にもいた。）

- 問題が今ひとつクリアでないため，先延ばしされる。  
（とりあえず後で。）
- 文明の衝突

## 工学の変革 が必要

### ● 例：総合診療科

- 病院に行くとき，どの科に行って良いかわからないときがある。
- 患者にとっては，内科でも外科でも関係ない。必要なことは治ること。
- しかし，患者の運命は最初に外科に行くか，内科に行くかによって変わってしまう。
- さらに，日本の大学病院の場合は，第一内科に行くか，第二内科に行くかでも変わってしまう。両内科は異なる術式を取ることがある。  
（お互いにあまり好きでない。）

- 科学や工学も変わることが必要である。

- ⇒ 融合理工学系

- 同じ問題でも，化学の人は化学を使って，機械の人は機械を使って解きたいことが多い。
- 化学，機械，電気，情報，土木，環境工学から考えるのではなく，問題から考える。
- 工学者は自分の専門に頼る傾向がある。
- 歴史的に化学・機械・電気・土木などの専門が分かれてきたのには理由がある。
- その区分は，今となっては最適とは限らない。
- オーバーラップしているところも多い。
- もちろん，個々の分野の進歩は重要。
- **それで地球規模の問題は解けるのか？**

## 融合理工学系

- **国や専門の垣根を乗り越えて，人類の福祉向上に貢献する学問**

## 電気・磁気工学

- 電気はエネルギーを速くクリーンに送ることができる。
- 電気エネルギーは熱エネルギー，運動エネルギー，化学エネルギーに変換できる。
- 電気は情報を伝送できる。
- 電気は小さな信号を増幅できる。
- 磁気は電気エネルギーと運動エネルギーの変換の橋渡しをする。
- 磁気は情報を記憶できる。
- 電磁波は電気と磁気からなる。
- 電磁波は電線なしで情報を伝送できる。計測に使える。

電気・磁気工学基礎は融合理工学系において，とても基本的な科目である。

## 0.2 Text book

2018年から次の教科書を使っている：

Sergey N. Makarov, Reinhold Ludwig, Stephen J. Bitar, “Practical Electrical Engineering,” Springer International Publishing, Switzerland, 2016.

今年は，東工大図書館の電子ブックライブラリーに収納されている。

<https://topics.libra.titech.ac.jp/en/recordID/catalog.bib/OB00266019>

## 0.3 日程

- |                                      |       |
|--------------------------------------|-------|
| 1. ガイダンス, 物理から電気回路へ (山下)             | 12/2  |
| 2. 主な回路素子 (山下)                       | 12/5  |
| 3. 回路方程式, 回路理論, 回路解析と電力伝送 (山下)       | 12/9  |
| 4. 演算増幅と増幅モデル (山下)                   | 12/12 |
| 11. ダイオード (山下)                       | 12/16 |
| 5. 動的回路素子 (林崎)                       | 12/19 |
| 12. ダイオード回路 (山下)                     | 12/23 |
| 6. 過渡回路の基礎 (林崎)                      | 12/26 |
| 7. 定常 AC 回路の基礎 (林崎)                  | 1/6   |
| 8. 2次 RLC 回路 (林崎)                    | 1/9   |
| 9. AC 電力と電力分配 (林崎)                   | 1/16  |
| 10. 電気変圧器と結合インダクタ (林崎)               | 1/20  |
| 13. バイポーラ接合トランジスタ (BJT) (山下)         | 1/23  |
| 14. バイポーラ接合トランジスタの大信号動作モデルと応用回路 (山下) | 1/27  |
| 15. バイポーラ接合トランジスタの小信号動作モデルと応用回路 (山下) | 1/30  |

# 1 物理から電気回路へ

## 1.1 導体の静電気

### 1.1.1 電荷, クーロン力, 電場 (電界)

#### 電荷

- **電荷** は素粒子の性質の一つ。  
電荷は電磁場の発生源の一つ。
- 電荷量の単位 : C (Coulombs, クーロン).
- 絶対値最小の電荷量は, 電子の電荷量で**電気素量**と呼ばれる :  
 $1.60217662 \times 10^{-19} \text{ [C]}$
- 電荷量の量子化 : 全ての電荷は, 電気素量の倍数



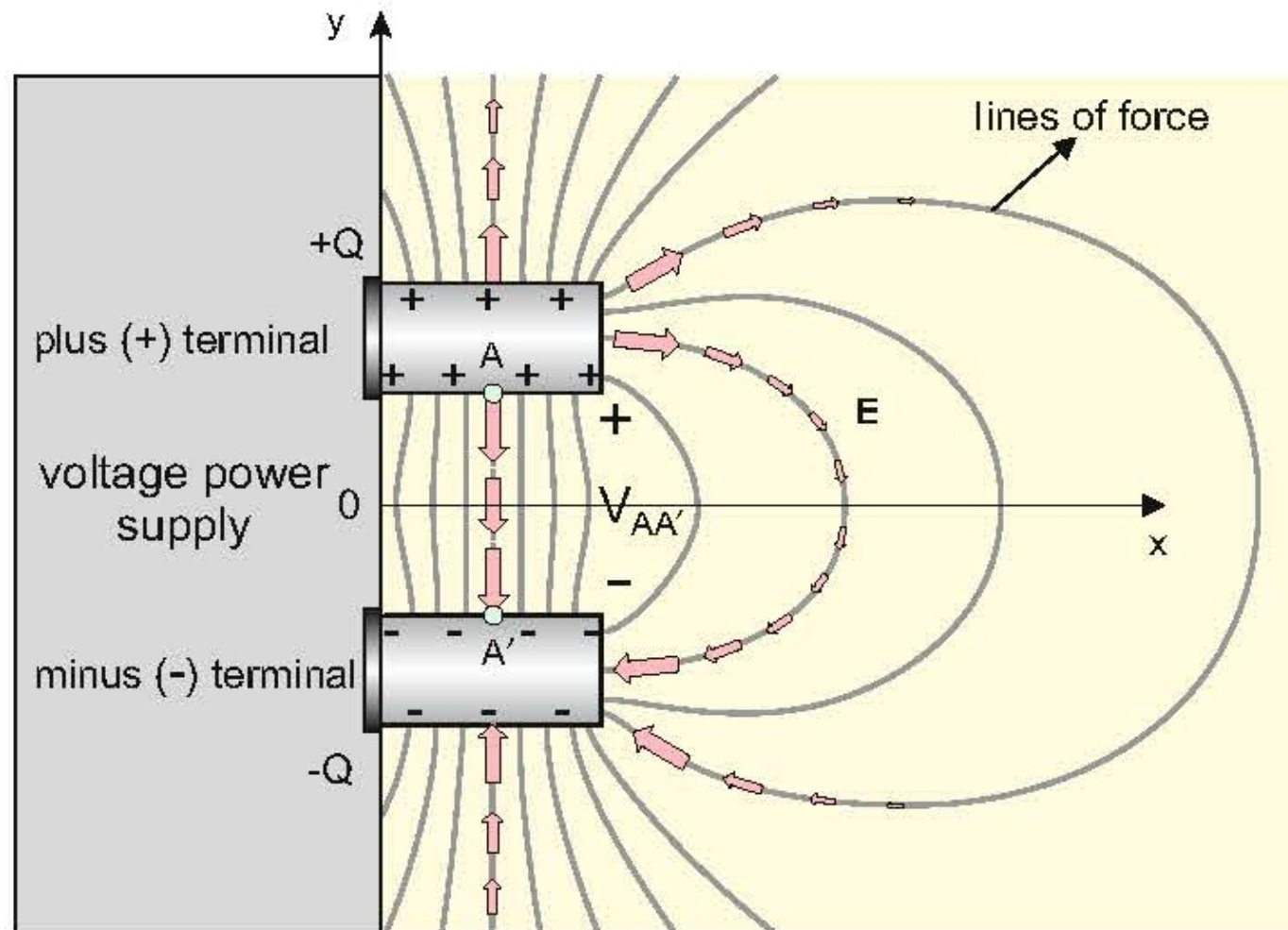
## 電場（電界）

- クーロンの法則：

$$F = qE \text{ [N]}$$

- 電場は空間が持つ性質
- この式は電場を定義している。
- $q$ ：粒子の電荷
- $F$ ：電気力
- $E$ ：電場の強度ベクトル，電場

# 実験用電源の電場

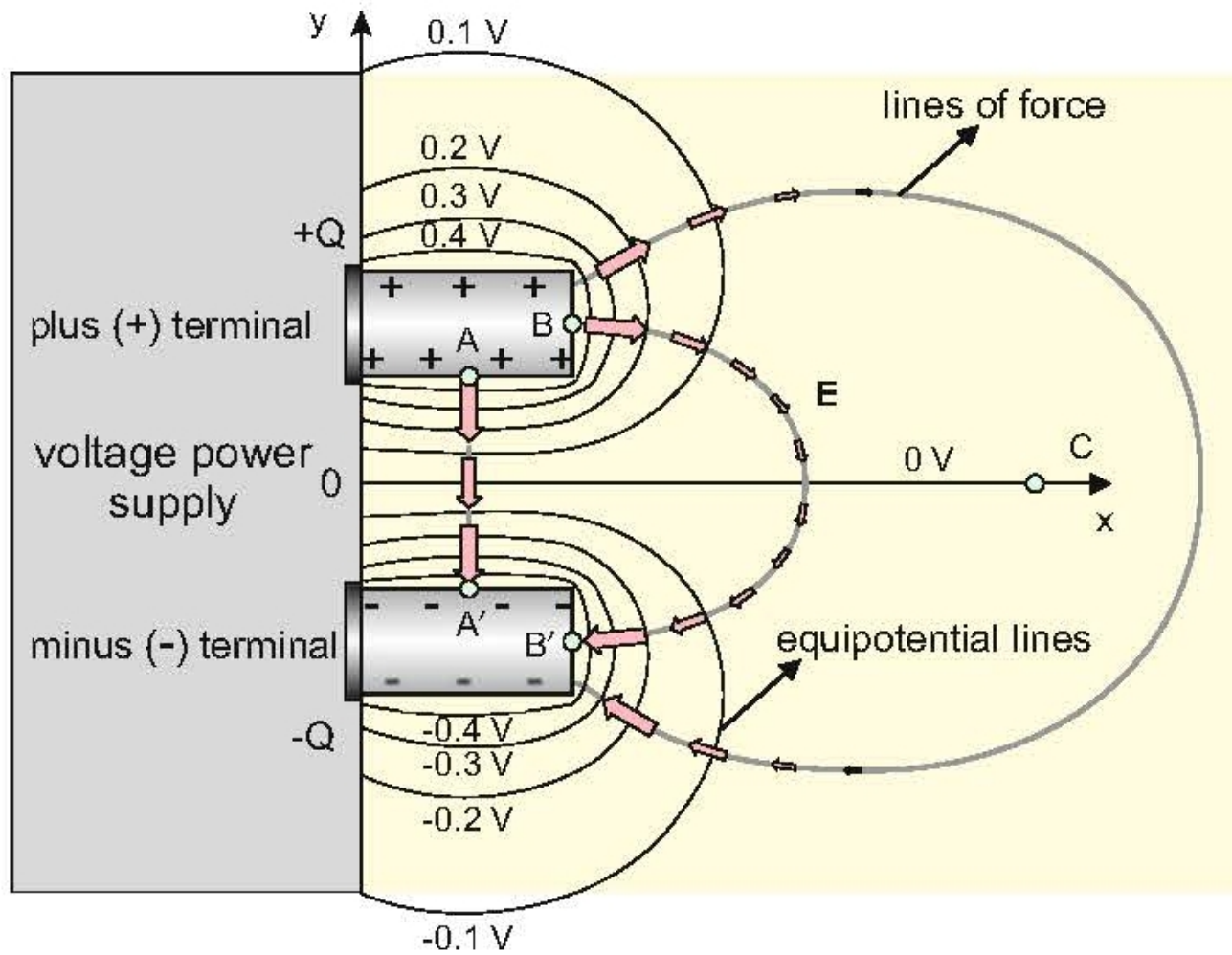


## 1.1.2 電位と電圧

- 電位の単位：V (volts, ボルト)
- 基準点  $A'$  と観測点  $A$  の電位 または 電圧  $V_{AA'}$  は， $A'$  から  $A$  へ正電荷を動かす時，その仕事を電荷量で割ったものである。

$$V_{AA'} = - \int_{A'}^A E \cdot dl$$

- 静電場は，保存場である。次の2つの保存場の定義は等価である。
  - 電圧または電位  $V_{AA'}$  は，電荷を移動する経路によらない。
  - どんな閉経路に対しても，上の線積分が0になる。



### 1.1.3 電圧と接地

- 集中定数素子からなる回路を解析するとき，任意の2点間（例えば，抵抗の両端）の電圧は，便利な値である。
- その値は，回路素子をまたぐ電圧降下（または電位差）と呼ばれる。
- 大域的電位，または絶対電位を決めておくと便利である。
- 電位0とみなす点を固定する。
- そのような点を，接地基準点と呼ぶ。
  - 地球の表面の点
  - 無限遠の点
  - 中立な導体（機器のケースなど）
- 点  $A'$  を接地点と考えれば， $r$  における電位は，次のように表すことができる。

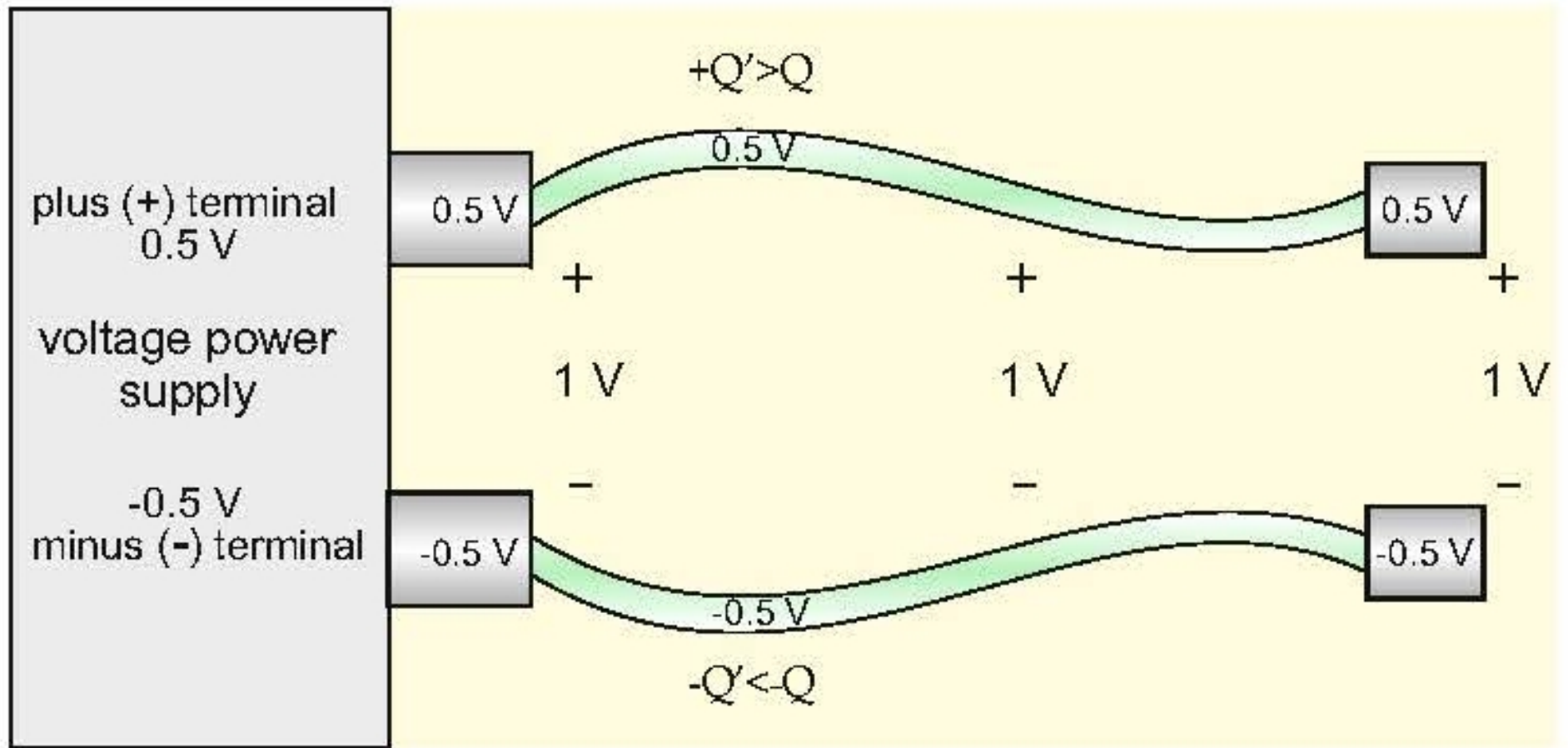
$$V(r)$$

- 静電界は，電位または(絶対)電圧の勾配で表すことができる。

$$E(r) = -\text{grad}V(r) = -\nabla V(r)$$

#### 1.1.4 等電位の導体

- 導体：電気が自由に動くことができるもの
- 導体内部の電場は0である。もし電荷が存在すれば，クーロン力が働いて，電荷は動き続ける。
- 導体の電荷密度は0である。もし電荷が存在すれば，ガウスの定理より，0でない電場が導体中に存在することになる。
- 導体の表面電荷密度は0ではない。
- 電場の導体表面の接線成分  $E_t$  は，境界で連続である。
- 導体中では  $E_t = 0$  であるので，導体表面の電位は等しい。



### 1.1.5 静電場問題を解くためのクーロンの法則の利用

- 導体上の表面電荷を考える。Consider surface charges on conductor.
- 電圧源の1つの端子から導体に電圧  $V$  がかけられているとする。
- もう一方の端子は、非常に遠くにある。
- 導体が電荷  $Q$  を持つとする。
- 比  $Q/V$  を導体の自己静電容量と呼ぶ。
- 導体表面の電荷を考えるために、導体表面を位置が  $r_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) である微小面積に分割する。
- $r_i$  の電荷を  $q_i$  とする。
- 電荷  $q_i$  は、空間に電位を引き起こす。それは、クーロンの法則で与えられる。

$$V(r) = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 ||r - r_i||},$$

ここで、 $\epsilon_0$  は、真空の誘電率である。

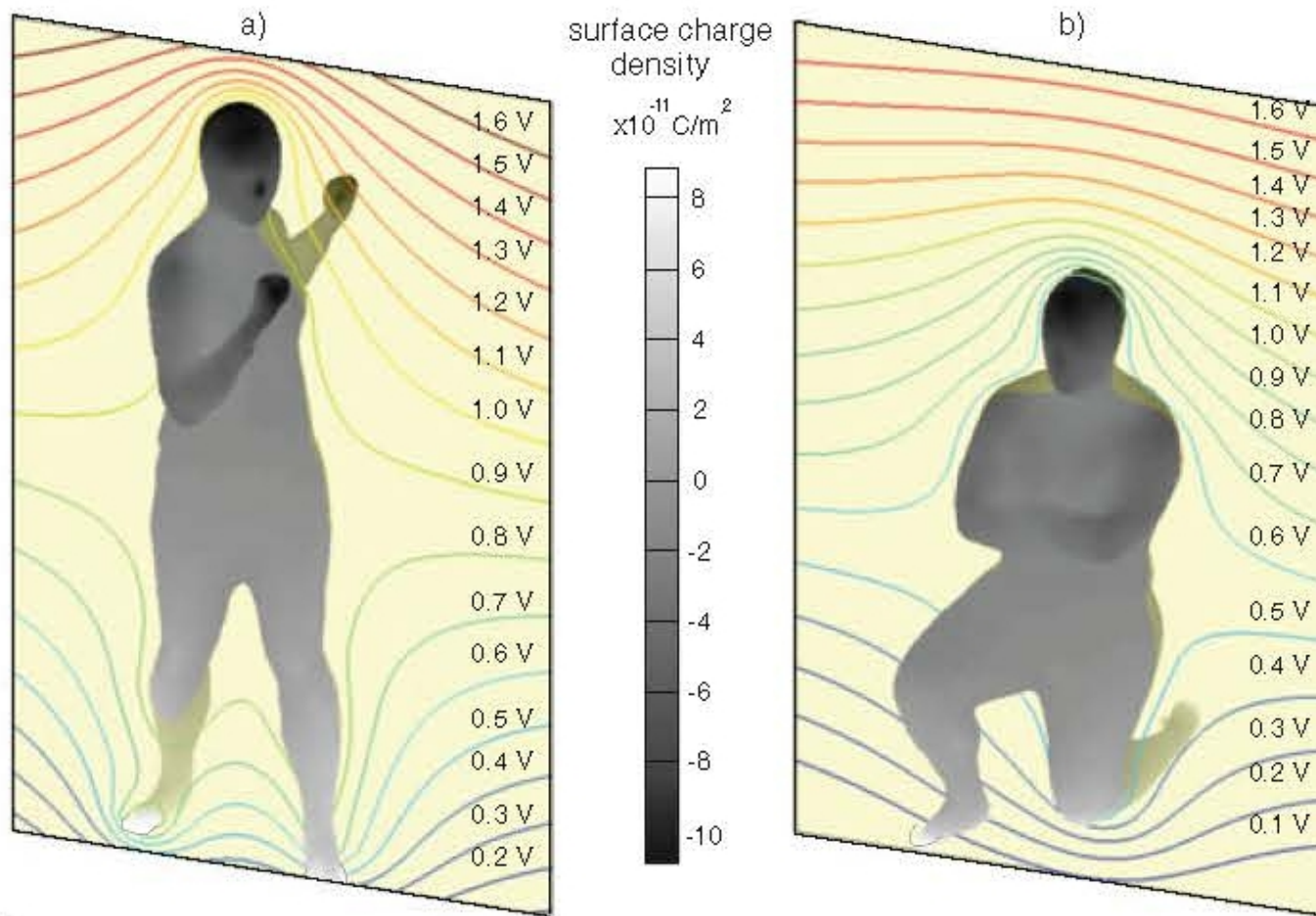
( $\epsilon_0 = 8.85418782 \times 10^{-12} \text{ m}^{-3}\text{kg}^{-1}\text{s}^4\text{A}^2$ )。



- それらの電荷を考え合わせた  $r_j$  における電位は,

$$V(r_j) = \sum_{i \neq j}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon ||r_j - r_i||}$$

- 電荷  $Q$  が与えられると,  $q_i$  を求めることができる。それは,  $V(r_j)$  が全て等しいからである。



- この図は，人体上の電荷と周りの空間の電位の分布を表したものである。
- 人間の自己静電容量は，約  $50 \times 10^{-12}$  (50 pF) である。

## SI 接頭子 (SI: I国際的な単位の基準)

yotta	zetta	exa	peta	tera	giga	mega	kilo	hecto	deca
ヨタ	ゼタ	エクサ	ペタ	テラ	ギガ	メガ	キロ	ヘクト	デカ
Y	Z	E	P	T	G	M	k	h	da
$10^{24}$	$10^{21}$	$10^{18}$	$10^{15}$	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$	$10^1$

deci	centi	mili	micro	nano	pico	femto	atto	zept	yokuto
デシ	センチ	ミリ	マイクロ	ナノ	ピコ	フェムト	アト	ゼプト	ヨクト
d	c	m	$\mu$	n	p	f	a	z	y
$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	$10^{-15}$	$10^{-18}$	$10^{-21}$	$10^{-24}$

## 1.2 定常電流と磁気力

### 1.2.1 電流

- 物質中の電流は，自由正電荷の移動を表す。
- 電子はしばしば導体中の唯一の自由電荷で，電流の反対の方向に移動する。
- 電流密度  $j$ 。
- 電流密度は，単位面積の断面を横切る電流である。その単位は  $\text{A}/\text{m}^2$ 。
- 電流  $I$  は，導体断面  $A$  を横切る電流密度の面積分で与えられる。
- 多くの物質では，電流密度は与えられた電場に比例する。

$$j(r) = \sigma E(r).$$

- $\sigma$  は導電率で，単位は siemens/m, すなわち， $\text{S}/\text{m}$  である。
- $1\text{S} = 1\text{ }1/\Omega$ . (以前は  $\text{Mho}$  が使われた。)
- $E(r) = -\nabla V(r)$  から，次式が成立する。

$$j(r) = -\sigma \nabla V(r)$$

## 1.2.2 電気伝導モデルと静電気の違い

- 静電気

- 導体中には，電荷や電場が存在しない。
- 導体では，表面だけに電荷が存在する。

- 定常電流問題

- 導体中に補償されない電荷密度は存在しない。
- 電場は存在する。
- 表面電荷密度は存在する。

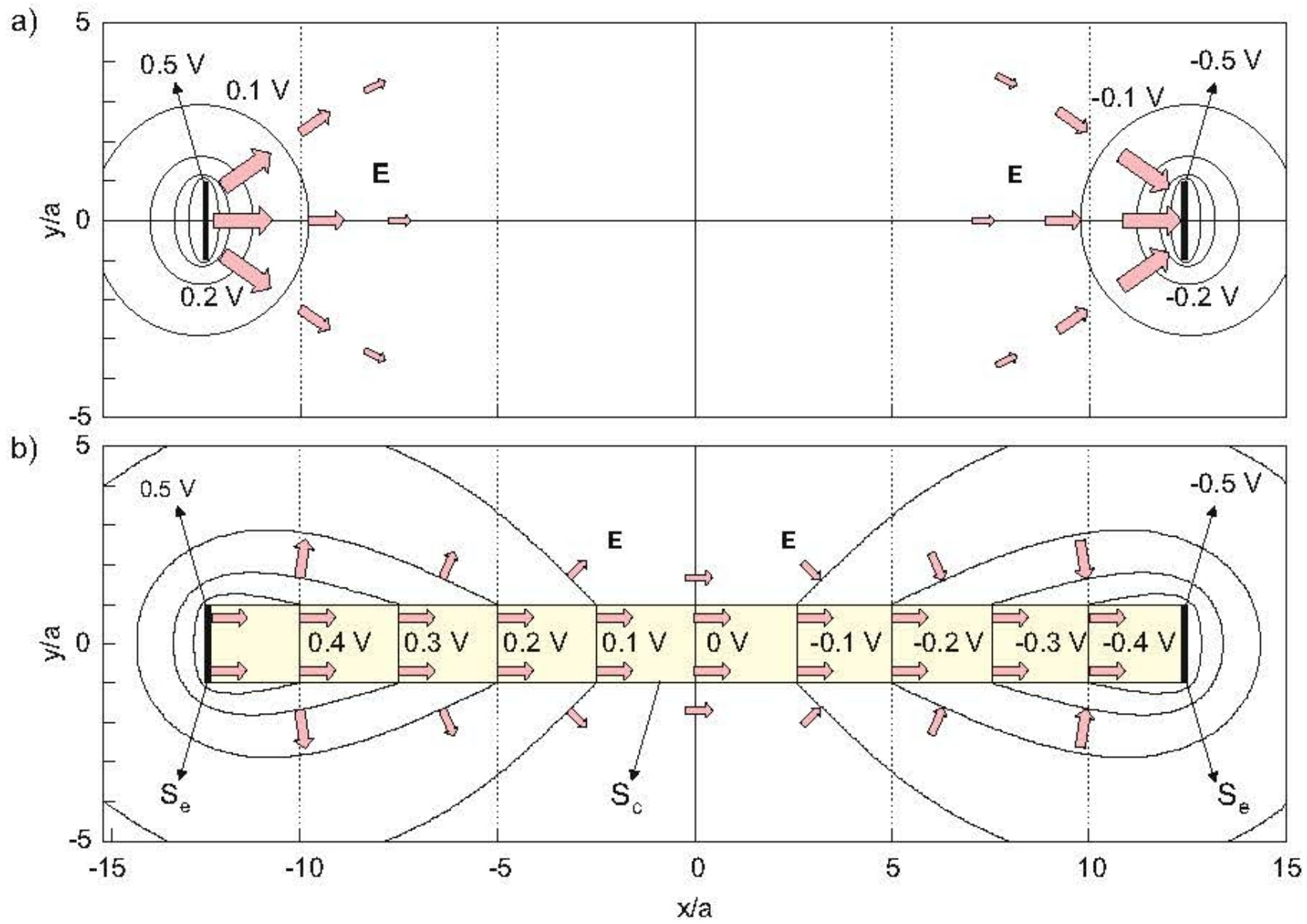
## 導体表面の電流密度

- 電流密度は，表面の法線ベクトルに垂直である。
- 電極の接触面では，電流の流れ込み／流れ出しが存在する。

## 導体は電場の方向

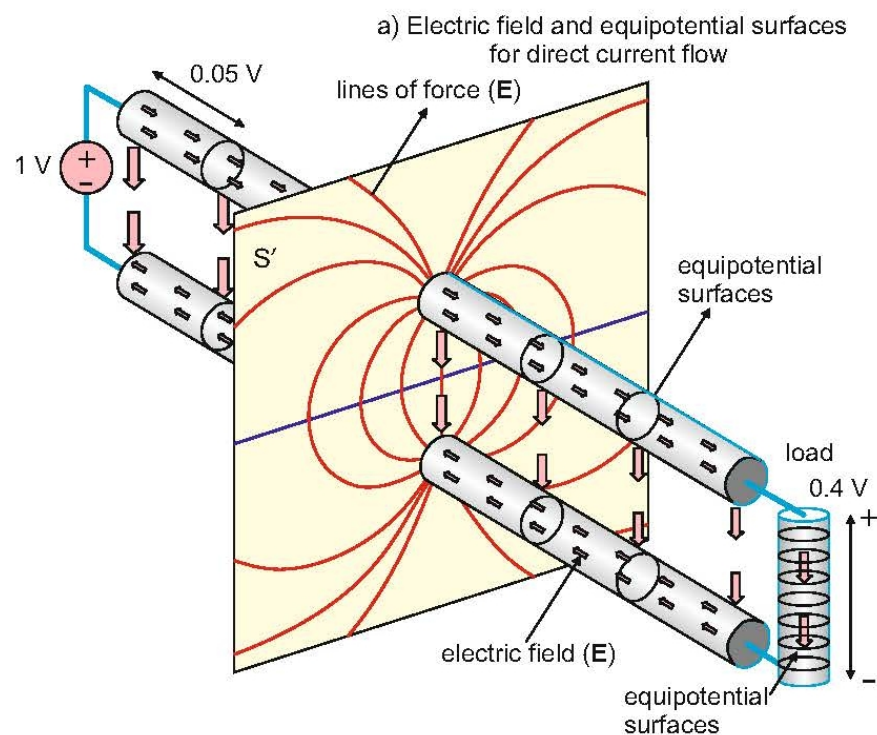
- 長い導体では，電場と電流の方向は導体の軸の方向である。
- それらは導体の断面に対して一様である。同時に，断面は等電位面になっている。
- 電圧は電極に沿って，最も高い値から低い値に変わっていく。
- 長さが $l$ の導体の電場は，次式で与えられる。

$$E = \frac{V}{l}$$



### 1.2.3 電気回路の物理モデル

- 直流電圧源は，その端子間に一定の電圧を生成する。
- 電気負荷は，電気エネルギーを消費する。
- 2つの電線が電源から負荷へつながられている。それらの電線は，伝送路を形成している。



簡単な回路



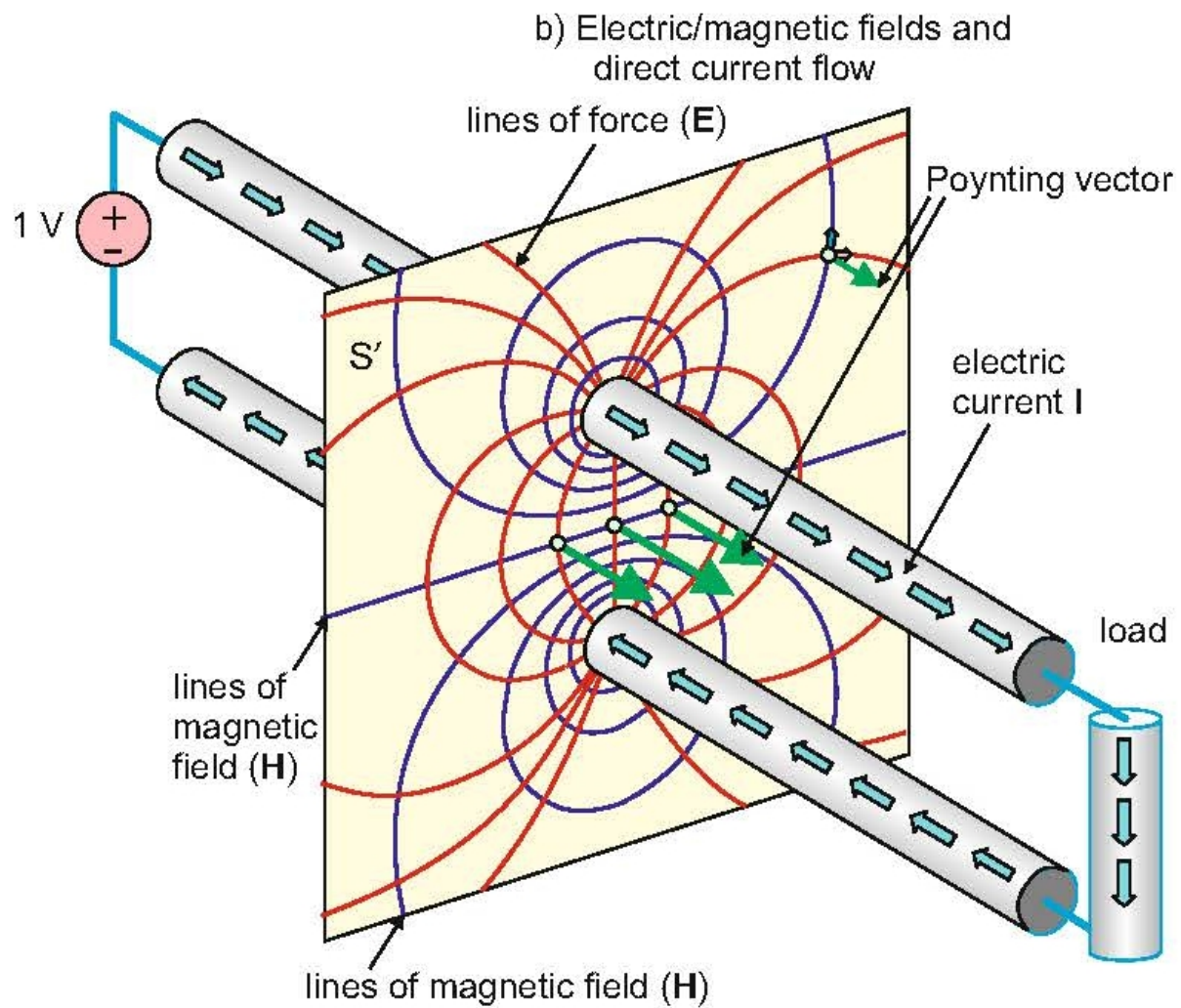
## 1.2.4 静磁気とアンペアの法則

- 電流は磁場を生じさせる。(磁場強度)
- 磁場の単位：A/m.
- 磁場  $H$  は，電線の周りに同心円を形作る。
- その大きさは次式で与えられる。

$$H(r) = \frac{I}{2\pi|r|}$$

- これは無限に長い導線におけるアンペアの法則である。
- 磁場の向きは，右手の法則で与えられる。
- 無限の電流シートの磁場を考える。
- $j$  [A/m] を，シートの単位長さ当たりの電流密度とする。
- この場合のアンペアの法則は次式で与えられる。

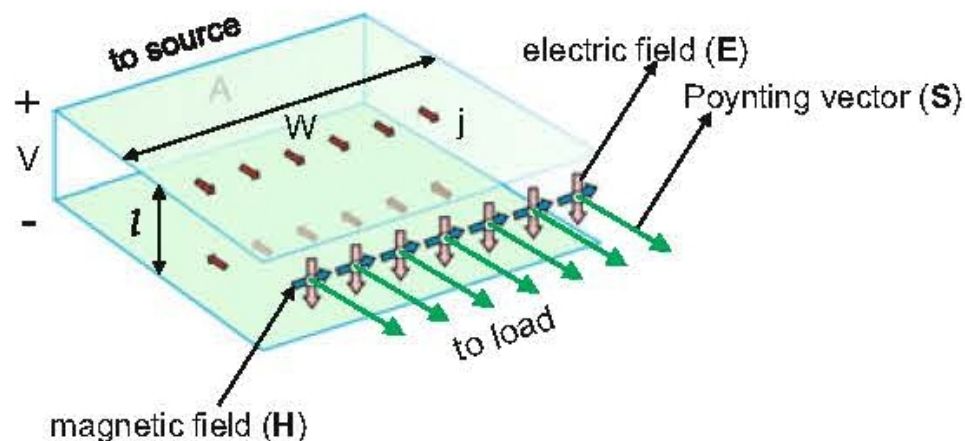
$$H = \frac{1}{2}j = \text{const.}$$



## 1.2.5 電力伝送の原理

- $V$  : 負荷の2つの電極間の電圧
- $I$  : 負荷電流
- $P = VI$  [W] : 負荷へ送られる電力
- 厳密にはどのようにして電力が負荷に送られるか？
- 我々は電子によって電力が送られると考える。
- しかし、場によって電力が送られると考えることもできる。
- ポインティング (Poynting) ベクトル :  $S = E \times H$

### Example



- 有限なシート状の2つの導体を考える。
  - $W$  [m] : シートの幅
  - $l$  [m] : 2つのシートの間隔 ( $l \ll W$ )
  - $V$  [V] : シート間の電圧
  - $j$  [A/m] : シートの単位幅当たりの電流密度
  - $I = Wj$  シートを流れる電流
- 平行  $l \ll W$  の条件から次式が成立する。
  - $H = j$
  - $E = V/l$
  - $S = Vj/l$
- ポンティングベクトル ( $E \times H$ ) の面積分は、次式で与えられる。

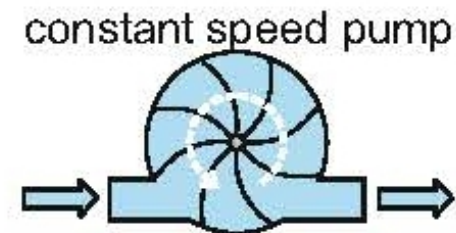
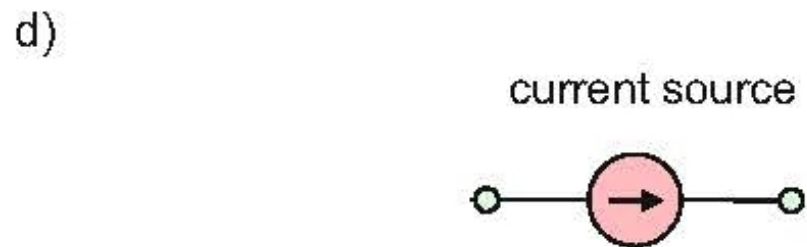
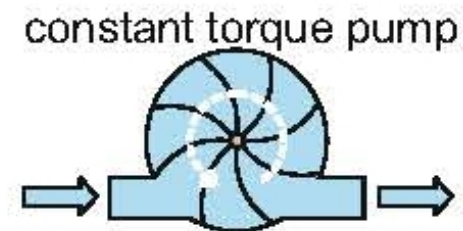
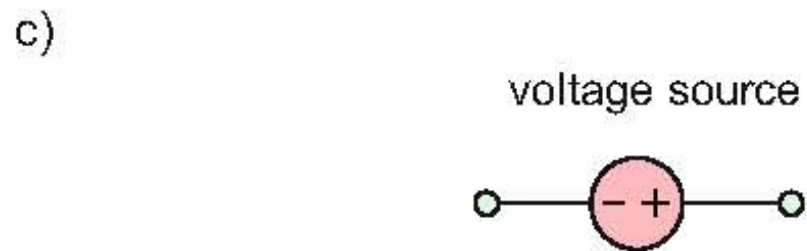
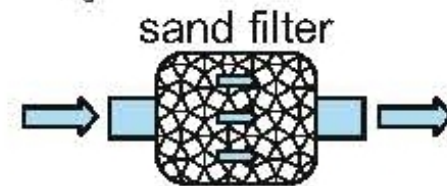
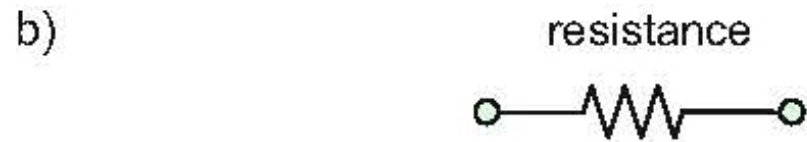
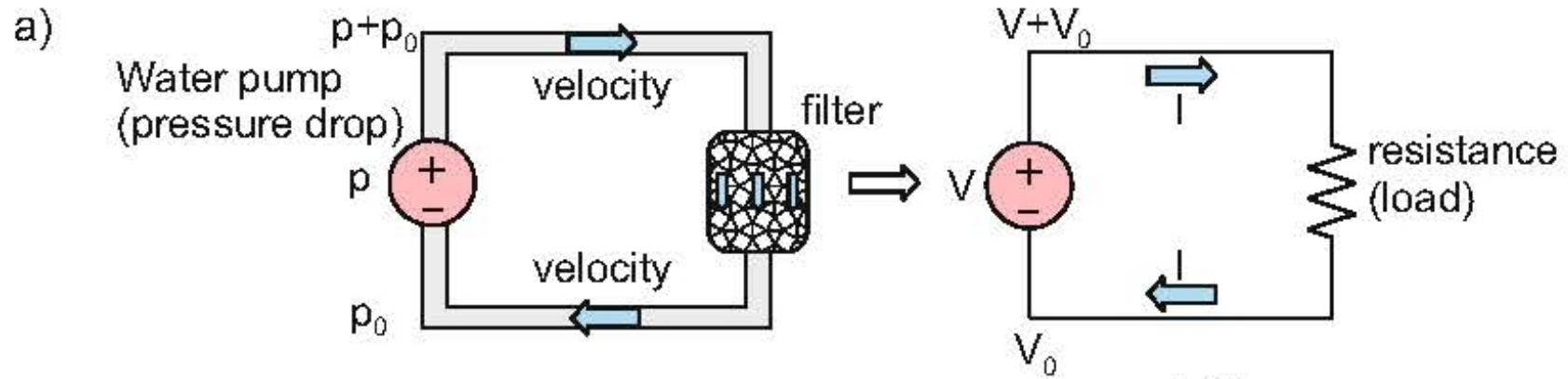
$$WlS = VI = P$$

- 十分高い周波数では、多くの電磁場がアンテナから何もない空間に放射される。

## 1.3 油圧的, 流体力学的アナロジー

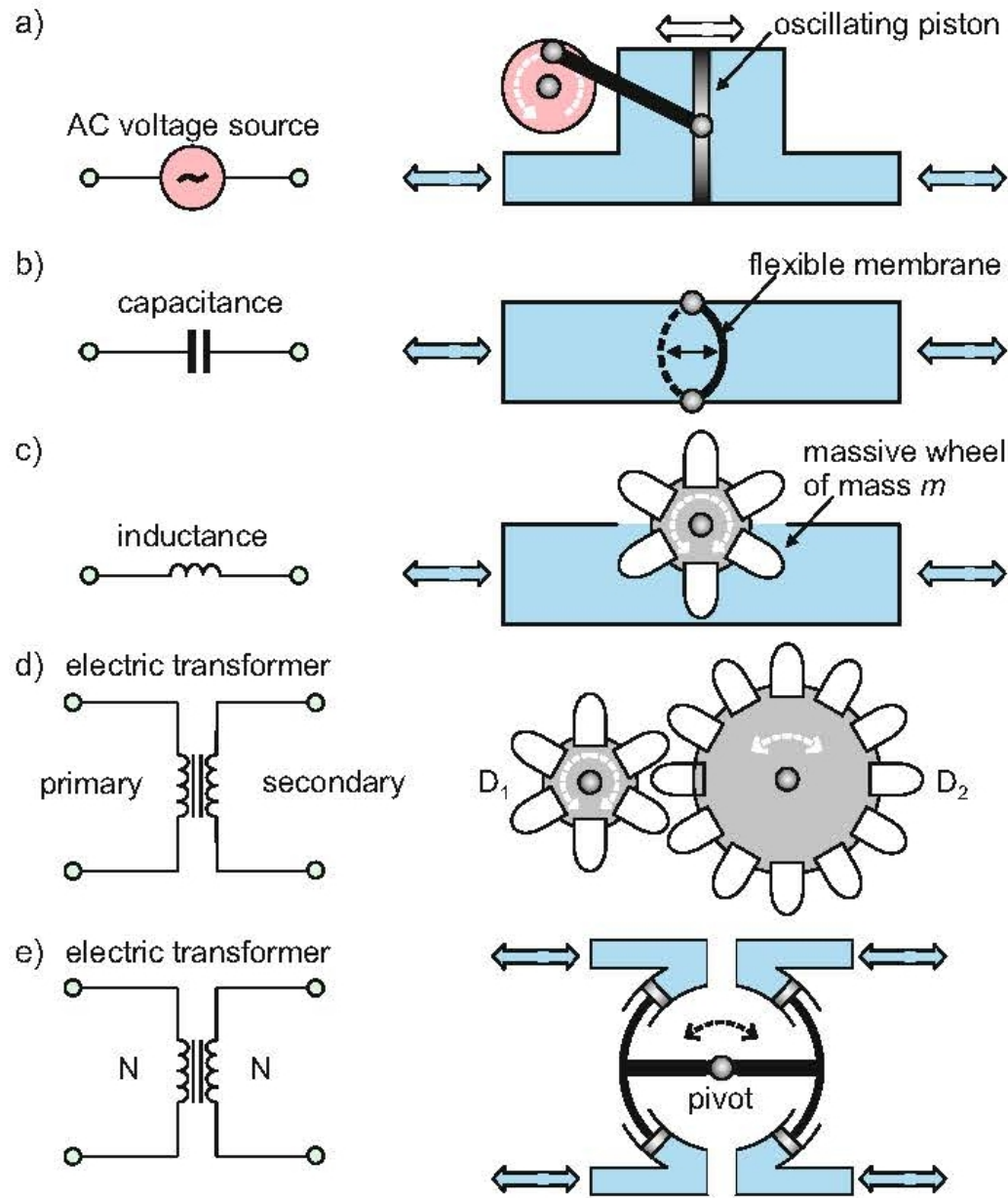
### 1.3.1 直流定常回路の油圧的アナロジー

- 直流 (direct-current, DC) 定常回路には油圧的, 流体力学的アナロジーがある。
- 電圧  $\Leftrightarrow$  圧力
- 電流  $\Leftrightarrow$  流体の速度
- 抵抗  $\Leftrightarrow$  砂フィルタ
- 電圧源  $\Leftrightarrow$  定トルクポンプ
- 電流源  $\Leftrightarrow$  定速ポンプ



### 1.3.2 交流回路のアナロジー

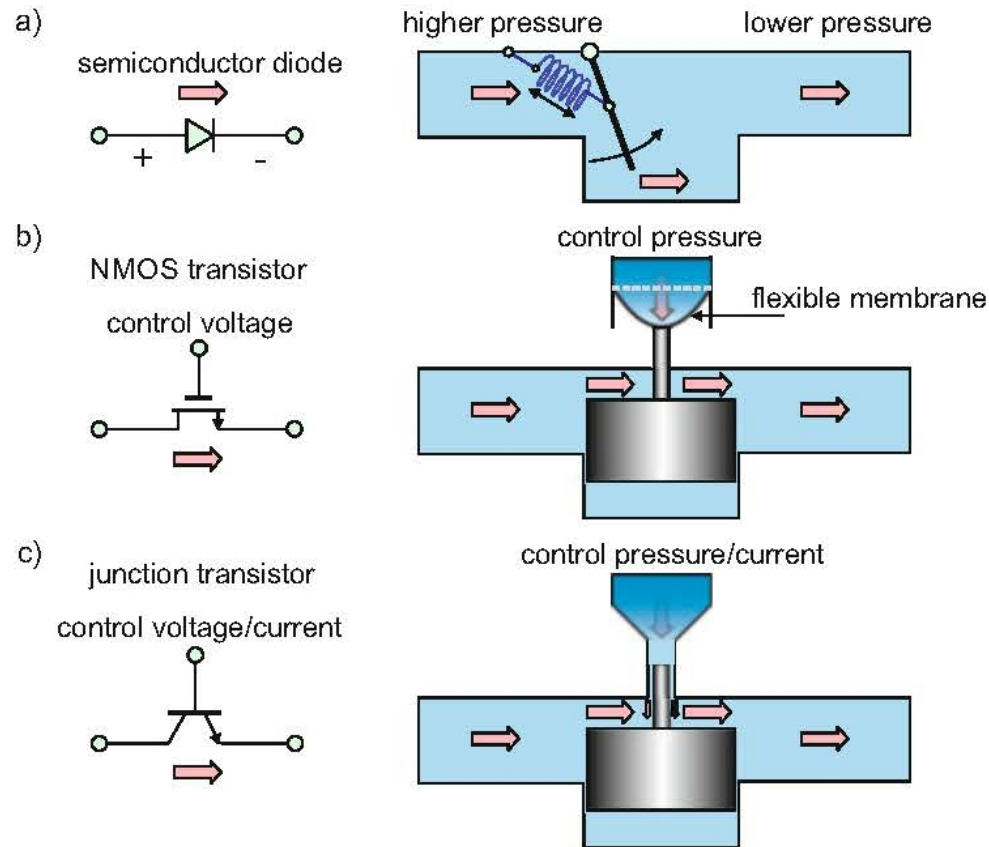
- 交流 (alternating-current, AC) 回路には油圧的, 流体力学的アナロジーがある。
- 交流電圧源  $\Leftrightarrow$  振動するピストン (ピストンの力は一定)
- 交流電流源  $\Leftrightarrow$  振動するピストン (ピストンの速度は一定)
- 静電容量  $\Leftrightarrow$  弾性膜
- インダクタンス  $\Leftrightarrow$  質量  $m$  のホイール
- 変圧器  $\Leftrightarrow$  2つの接続されたホイールあるいはピストン





### 1.3.3 半導体回路のアナロジー

- S半導体ダイオード  $\Leftrightarrow$  一方向性バルブ
- NNMOS トランジスタ  $\Leftrightarrow$  他の流体の圧力で制御されるバルブ
- 接合トランジスタ  $\Leftrightarrow$  他の流体の圧力／電流で制御されるバルブ



## 演習

Problem 1.6. を解く。

Problem 1.14. を解く。

## 2 主な回路素子

### 2.1 抵抗：線形受動回路素子

#### 2.1.1 回路素子と回路部品

##### 回路素子

- 回路素子は，回路部品の理想的なモデル。
- それぞれの回路素子は，唯一の電圧電流特性（ $v-i$ 特性）によって特徴付けられる。
- 回路素子のリスト：
  - － 抵抗
  - － 静電容量
  - － インダクタン
  - － 理想変圧器
  - － 電圧源と電流源（独立と従属）
  - － 理想開閉器
  - － 理想(ショックレイ)ダイオード
  - － 論理ゲート（NOT, AND, OR）

- 特徴：

- 線形（抵抗，静電容量／インダクタンス） vs. 非線形（理想ダイオード，電圧源など）
- 受動（抵抗，静電容量／インダクタンス，理想ダイオード） vs. 能動（電圧源）
- 静的（抵抗，理想ダイオード，電圧源） vs. 動的（静電容量／インダクタンス）

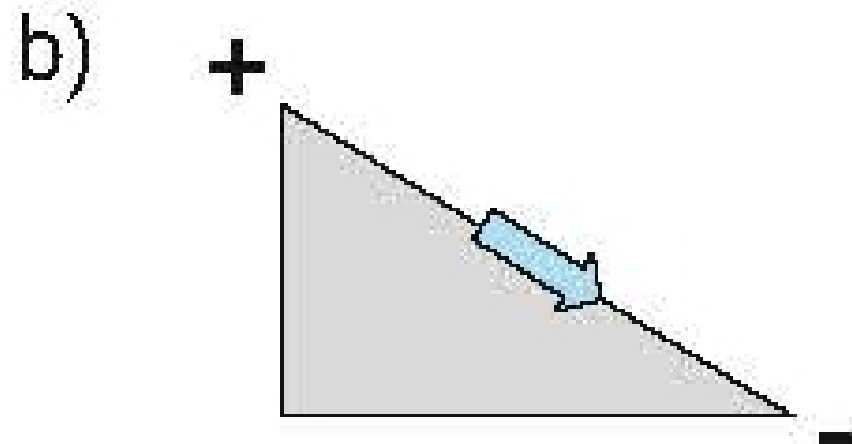
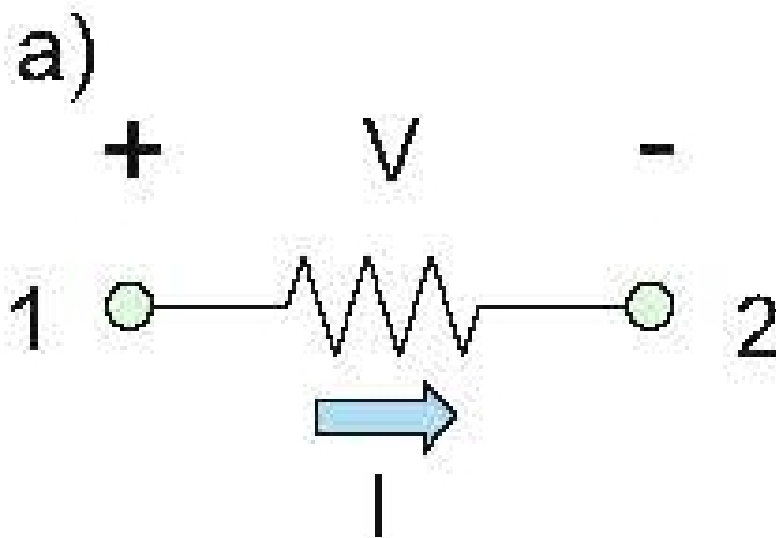
## 回路部品

- 回路素子の相方

- 例：

- 抵抗器
  - キャパシタ（コンデンサ）
  - インダクタ（コイル）
  - バッテリー（電池）
- 回路部品は，いくつかの回路素子の組み合わせでモデル化できる。
  - バッテリーは，電圧源と抵抗でモデル化できる。

## 2.1.2 抵抗 記号と端子



- 2 端子
- 端子は動作に影響を与えることなく，反対につなぐことができる（無極性）。

## 抵抗にかかる電圧

- 電圧は極性（プラスとマイナス）がある量である。
- 電圧の単位のボルト (V) は最初に電池を発明したイタリアの物理学者 Volta (1745–1827) にちなんで名付けられた。
- $1\text{ V} : 1\text{ C}$  の電荷を動かすためには  $1\text{ J}$  が必要。
- 電圧を抵抗にかけると電流が生じる。

## 抵抗を流れる電流の向き：受動参照配置 (Passive Reference Configuration)

- 電流は単位アンペア (A) フランスの物理数学者 André-Marie Ampère にちなんで名付けられた。
- $1\text{ A}$  : 毎秒  $1\text{ C}$  の電荷が流れる。 (C/s)
- 受動参照配置が電圧と電流の向きを決めるために使われる。

## オームの法則：抵抗と導電率

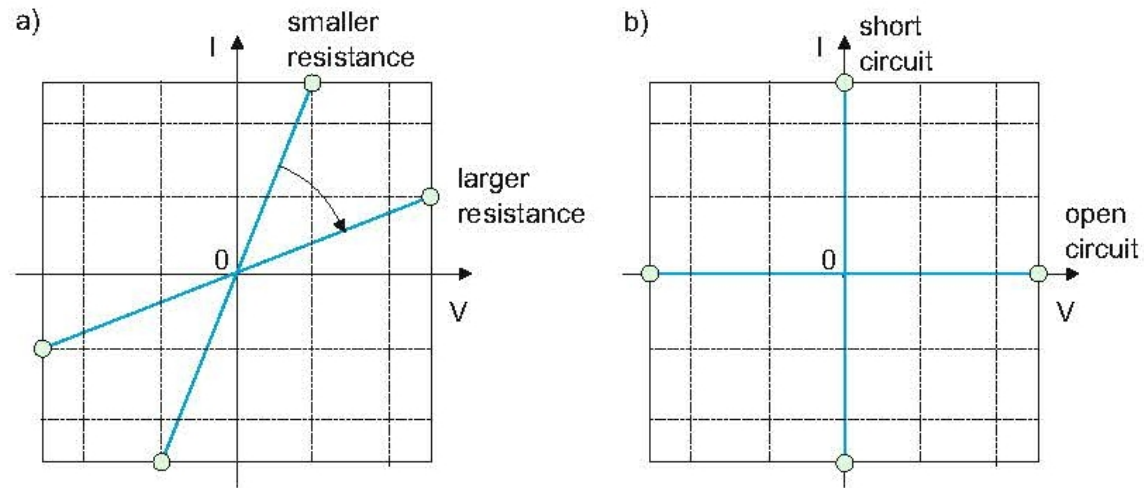
- オームの法則によって，抵抗にかかる電圧  $V$  と，それに流れる電流は比例関係にある：

$$V = RI$$

その比例定数  $R$  は，抵抗と呼ばれる。

- この式は，ドイツの物理数学者 Georg Simon Ohm (1789-1854) により，1827に発表された。
- 抵抗の単位は，彼の名前 Ohm から来ており，ギリシャ文字  $\Omega$  で表す。
- $1 \Omega : 1 V / 1 A$ .
- 抵抗は，典型的には， $1 \Omega$  から  $100 M\Omega$  の範囲をとる。
- 導電率  $G$ ：抵抗の逆数。
- 導電率の単位ジーメンス (S) は，ドイツの発明家兼投資家で，現在のヨーロッパ最大の電機会社 (Siemens AG) を創業した Ernst Werner von Siemens (1816-1892) にちなんで名付けられた。
- アメリカでは，モー (mho,  $\text{h}\bar{o}$ ) が用いられたことがある。

### 2.1.3 抵抗の $v - i$ 特性：開放回路，短絡回路



- $v - i$  特性の傾きは， $1/R$  or  $G$  に等しい。
- 小さな抵抗は， $v - i$  特性の傾きを大きくする。(大きな電流が流れる。)
- 大きな抵抗は， $v - i$  特性の傾きを小さくする。(小さな電流が流れる。)
- $v - i$  特性の負の部分は，単に電圧の極性と電流の向きを反対にしたことを意味する。



## 開放回路，短絡回路

- 開放： $R \rightarrow \infty$ ：電流がゼロ
- 短絡： $R \rightarrow 0$ ：電圧がゼロ

### 2.1.4 抵抗への電力供給

- 抵抗の両端の電圧が  $V$  (V) であるとは，抵抗を通して  $1\text{ C}$  の電荷を通すために， $V$  (J) の仕事が必要ということである。
- 毎秒  $I$  クーロンの電荷が抵抗を流れているとする。
- 抵抗に送られる電力は電力  $P$  は，電荷あたりの仕事と1秒間に通過する電荷の値の積でなければいけない。
- 基本的定義：

$$P = VI$$

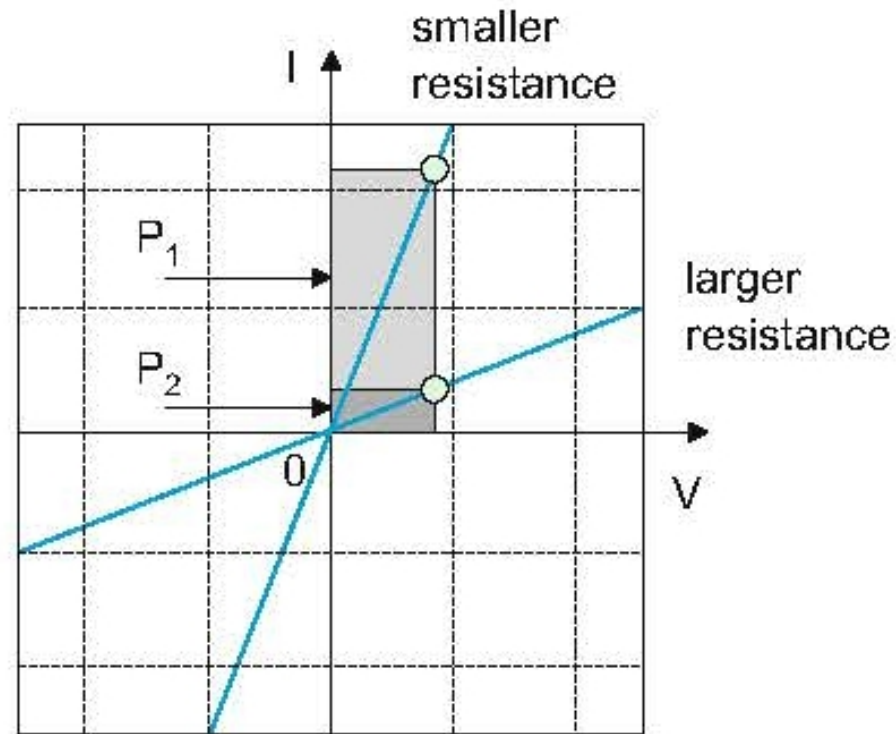
- 電圧で記述した電力：

$$P = \frac{V^2}{R}$$

- 電流で記述した電力：

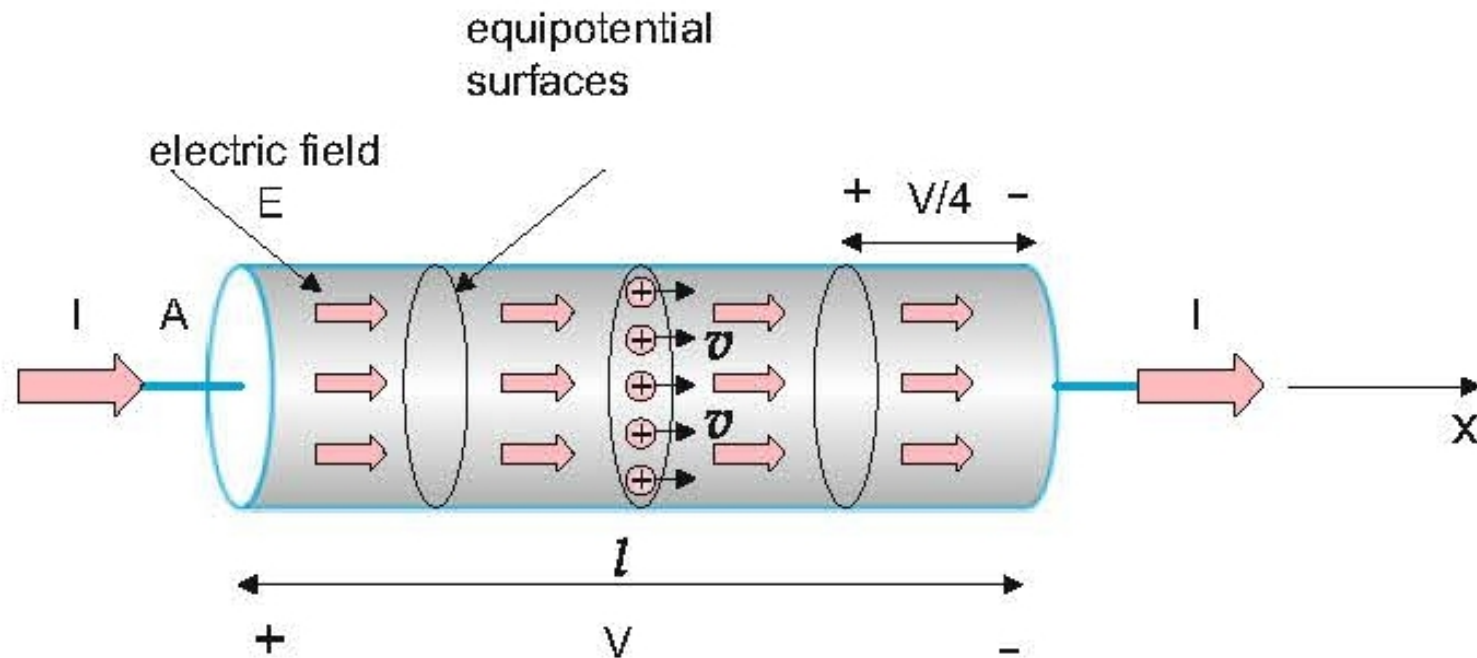
$$P = RI^2$$

- 抵抗の  $v - i$  特性を使えば，電力は次の面積に等しい。



## 2.1.5 抵抗を持った導体の抵抗を求める

- 抵抗をもった導体はオームの法則を満たす。
- 円筒状の導体を考える。(長さを  $l$ , 断面積を  $A$  とする。)
- 電圧  $V$  をかける。



## 総電流を求める

- $n$  ( $\text{m}^{-3}$ ) : 体積電荷密度
- $q$  (C) : 電気素量 ( $q = 1.60218 \times 10^{-19} \text{C}$ )
- $v$  (m/s) : 電荷の平均速度
- $I$  (A) : 総電流

$$I = Aqnv.$$

## 電子の平均速度を求める

- $V$  : 全電圧降下
- 円筒導体が長さ方向に一様に分布している。
- 円筒内の電場は一様に分布している。

$$E = V/l$$

- $F$  : クーロン力 Coulomb force.

$$F = qE$$

- 力と電荷の速度には比例関係がある。

- $v$  を電荷の速度,  $E$  を電場とすると, 次の関係が成立する。h

$$v = \mu E.$$

- $\mu$  ( $\text{m}^2/\text{Vs}$ ): 電荷キャリアの移動度
- $\sigma$  ( $\text{S/m}$ ): 導電率, 電気伝導度

$$I = \frac{A\sigma}{l}V.$$

- 次式が成立する。

$$I = (Aqn\mu)\frac{V}{l} = \frac{A\sigma}{l}V = \frac{1}{R}V.$$

- 物質の導電率は次式で与えられる。

$$\sigma = qn\mu.$$

- 抵抗は, 次式で与えられる。

$$R = \frac{l}{A\sigma} = \frac{l}{Aqn\mu}.$$

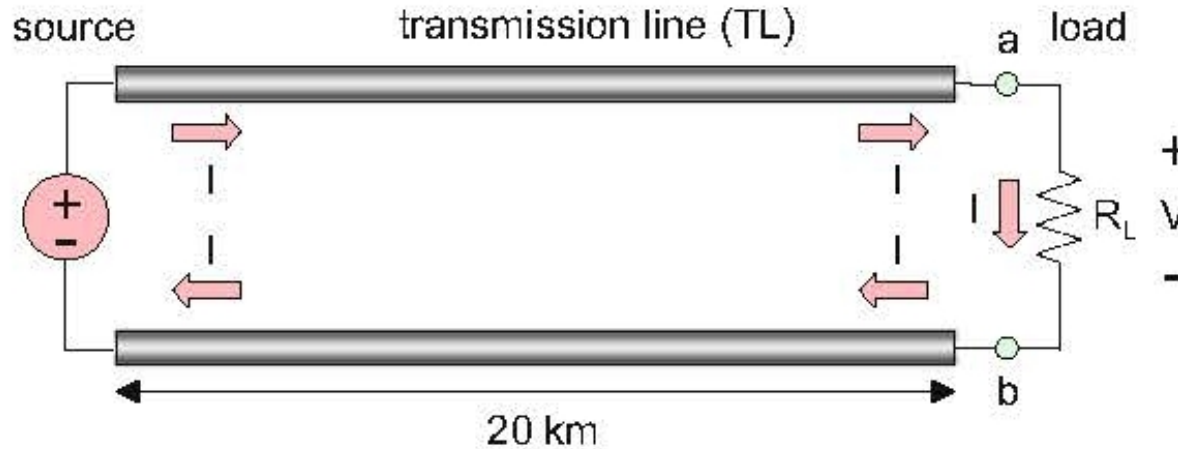
- $\rho$  ( $\Omega \text{ m}$ ): 物質抵抗率.  $\rho = 1/\sigma$ 。

## 導体，半導体，絶縁体の直流の導電率 (25 C°)

Material	Class	$\sigma$ (S/m)	Material	Class	$\sigma$ (S/m)
Silver	Conductor	$6.1 \times 10^7$	Seawater	Semiconductor	4
Copper	Conductor	$5.8 \times 10^7$	Human/animal tissues	Semiconductor	0.1–2.0
Gold	Conductor	$4.1 \times 10^7$	Germanium	Semiconductor	2
Aluminum	Conductor	$4.0 \times 10^7$	Fresh water	Semiconductor	0.01
Brass	Conductor	$2.6 \times 10^7$	Wet soil	Semiconductor	0.01–0.001
Tungsten	Conductor	$1.8 \times 10^7$	Dry soil	Semiconductor	0.001–0.0001
Zinc	Conductor	$1.7 \times 10^7$	Intrinsic silicon (Si)	Semiconductor	$4.4 \times 10^{-4}$
Nickel	Conductor	$1.5 \times 10^7$	Gallium arsenide (GaAs)	Semiconductor	$10^{-6}$
Iron	Conductor	$1.0 \times 10^7$	Glass	Insulator	$10^{-12}$
Tin	Conductor	$0.9 \times 10^7$	Porcelain	Insulator	$10^{-14}$
Lead	Conductor	$0.5 \times 10^7$	Hard rubber	Insulator	$10^{-15}$
Graphite	Conductor	$0.003 \times 10^7$	Fused quartz	Insulator	$10^{-17}$
Carbon	Conductor	$0.003 \times 10^7$	Teflon	Insulator	$10^{-23}$
Magnetite	Conductor	$0.002 \times 10^7$			

- 例えば，銅では  $n = 8.46 \times 10^{28} \text{m}^{-3}$  である。  
シリコン結晶では  $n = 10^{16} \text{m}^{-3}$  である。

## 2.1.6 応用例：伝送線路やケーブルでのパワーロス



- 金属線やケーブルは，抵抗を持つ導体である。
- 電力損失：抵抗を持つ導体で吸収された電気エネルギーはに熱に変わる。
- 例：
  - AWG 0 アルミニウム伝送グリッドケーブル。
  - 直径：8.25 mm，断面積：53.5 mm<sup>2</sup>。
  - アルミニウムの導電率： $4.0 \times 10^7$  S/m。
  - 長さ：20km。

– 抵抗：

$$R = \frac{L}{\sigma A} = \frac{20 \times 10^3 \times 2}{4.0 \times 10^7 \times 53.5 \times 10^{-6}} = 18.7 \Omega$$

● 電圧で， $V = 20 \text{ kV}$ ， $I = 50 \text{ A}$ 。

– 負荷に到達する電力：

$$(V - RI)I = (20 \times 10^3 - 18.7 \times 50) \times 50 = 953 \text{ kW}$$

– 電線で消費される電力：

$$R \times I^2 = 18.7 \times 50 \times 50 = 46.7 \text{ kW}$$

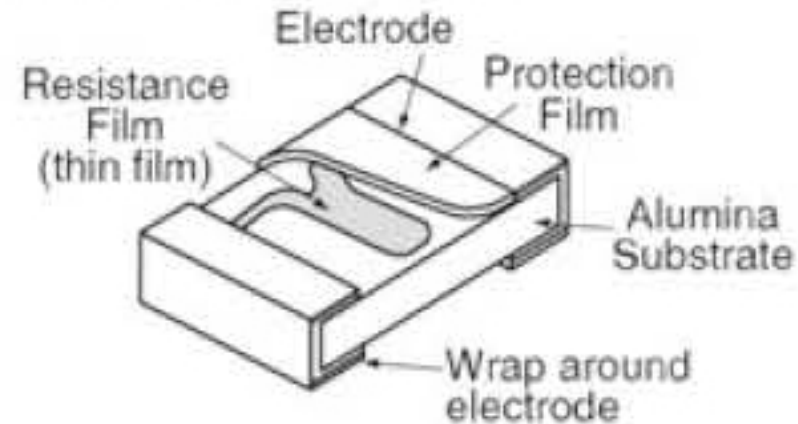


## 2.1.7 物理的な部品：抵抗器 固定抵抗器

a) axias leaded resistor



b) SMD thin-film resistor



c) Color codes for axial resistors

Black	Brown	Red	Orange	Yellow	Green	Blue	Violet	Gray	White
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

### ● 抵抗器

- 軸に巻かれた，または，表面に取り付けられた部品 (SMD)
- 炭素フィルム，金属巻線，シンフィルム（金属）
- 定格電力：1/6 W, 1/4 W, 1/2 W, 1W, ...

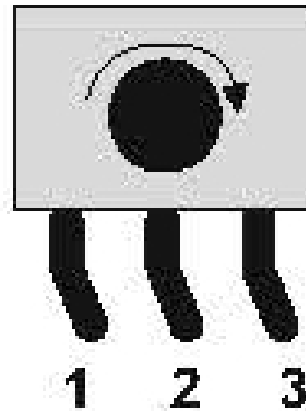
- カラーコード

- $x y z w : xy \times 10^z$  ( $xy$  は, 10進数の2桁の数),  
 $w$  は精度を表す。

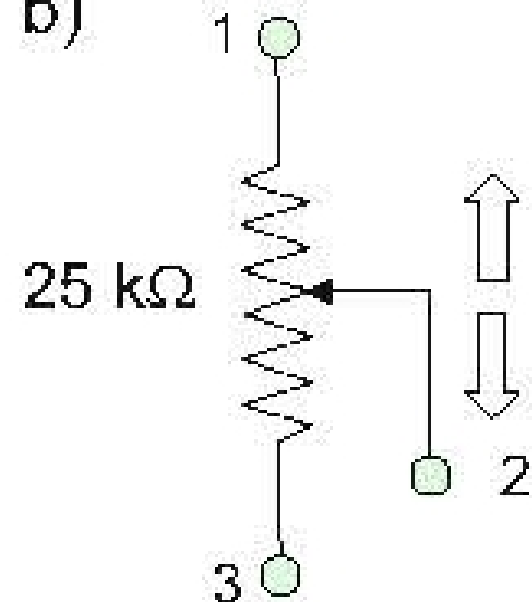
- white, brown, black, gold  $\Rightarrow$  9 1 0 gold  $\Rightarrow 91 \times 10^0 = 91 \Omega (\pm 5 \%)$

### 可変抵抗器 (ポテンショメータ)

a)

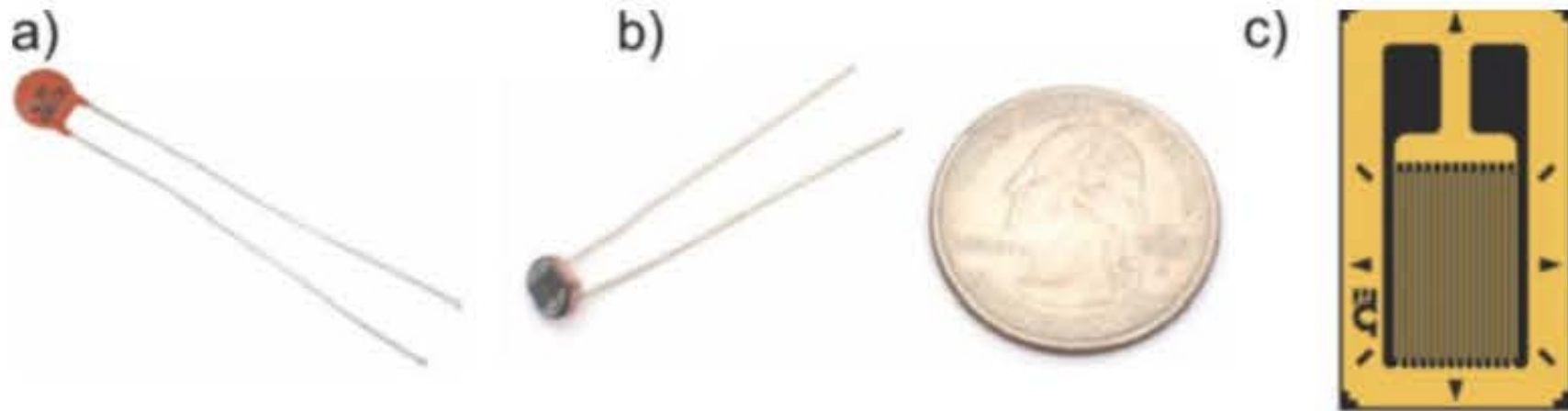


b)



- 動くことができる接触点

## 2.1.8 応用例：抵抗型センサー



### サーミスタ

- 抵抗が温度によって変化する。

$$R(T) = R_2 \exp \left[ B \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_2} \right) \right]$$

- $T$  と  $T_2$  の単位はケルビン。
- $T_2$  は室温 ( $25\text{ }^\circ\text{C}$ ),  $R_2$  は  $25\text{ }^\circ\text{C}$  における抵抗。
- $B$  は物質に依存する定数。(約  $4200\text{ K}$ )

## 熱電対

- 熱電対は，抵抗型センサーではない。
- 電位差が，2つの接合点の温度差に依存している。
- ペルチェ・ゼーベック効果

## フォトレジスタ

- 抵抗が光の強さに依存する。
- 光子が半導体内に自由電荷を誘起する。
- 例：CdS (カドミウムと硫黄の化合物)

## 歪みゲージ

- 抵抗が歪み $\varepsilon$ による。

$$\Delta R/R = S_G \varepsilon$$

- $S_G$  : ゲージ係数 (GF). (その値は約2。)

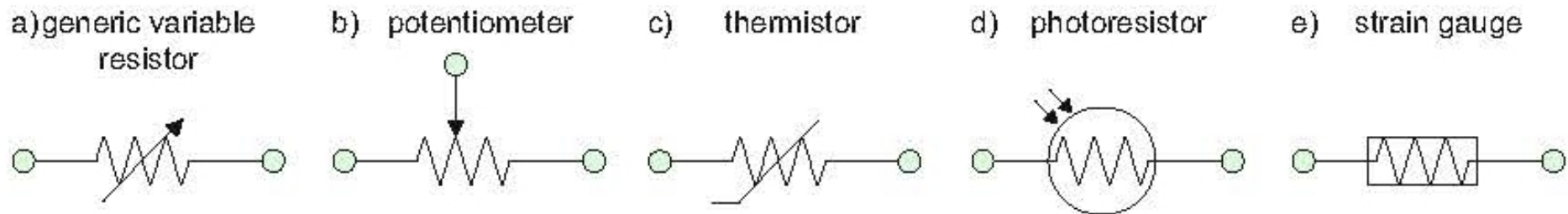
## ポテンショメータ型位置センサ

- 位置がポテンショメータによって計測される。

## 抵抗型センサーの感度

- 感度は、センサーのタイプによって大きく異なる。
  - サーミスターでは、抵抗の変化が 50 %程度。
  - 歪みゲージでは、抵抗の変化は 0.5 %を超えない。

## 回路シンボル

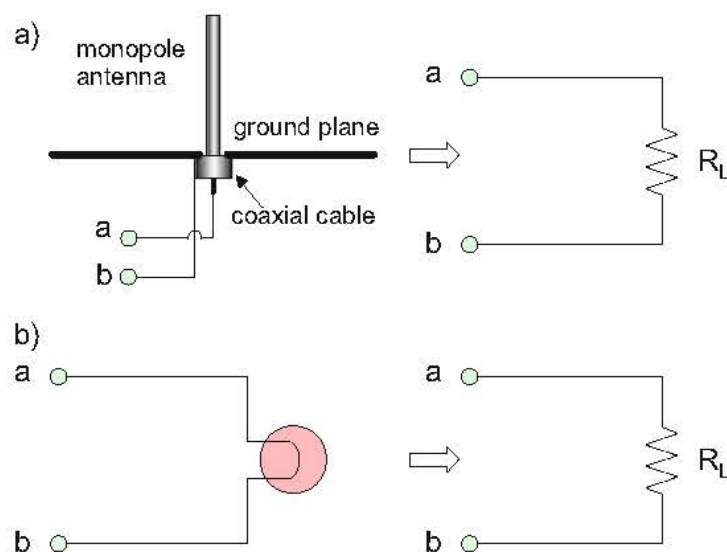


- 国際標準 IEC 60617, アメリカ標準 ANSI Y32 (IEEE Std 315)

## 2.2 非線形受動回路素子

### 2.2.1 負荷のモデルとしての抵抗

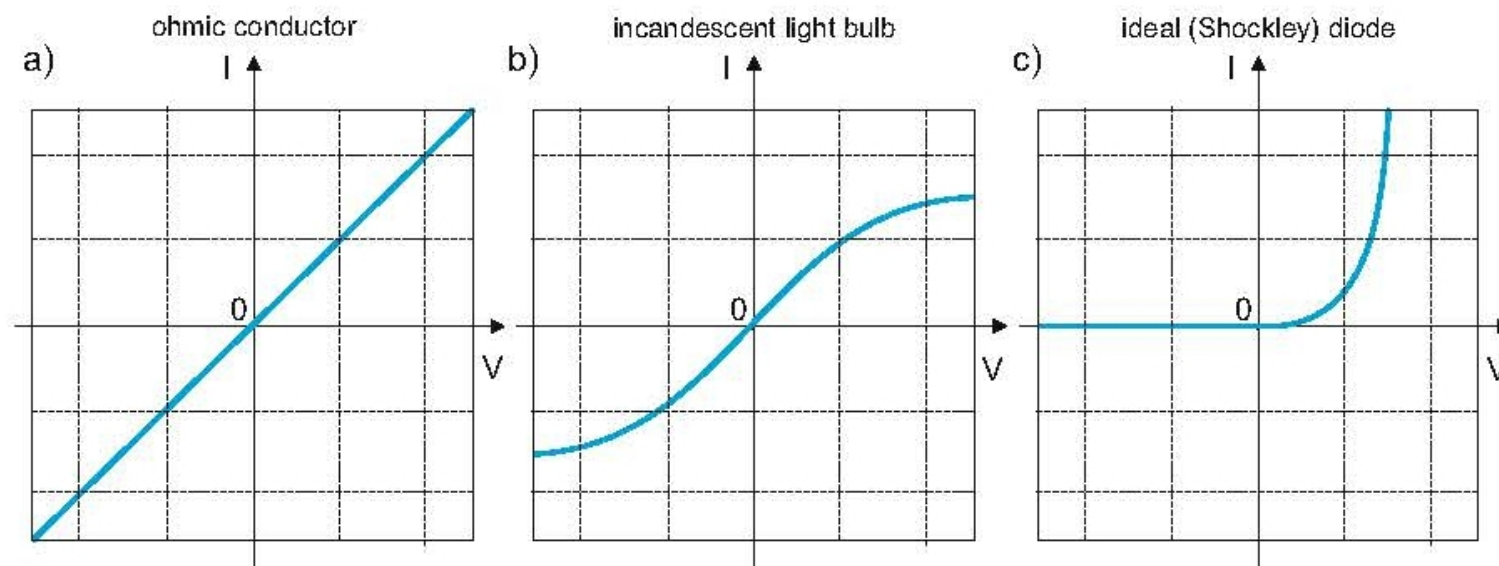
- 抵抗は主に電力損失や熱発生の原因とみなされる。
- 電子回路のバイアス回路に使われる。
- 電力吸収素子  $R_L$  : アンテナ, ヒーター, 照明



- モノポールアンテナは抵抗とモデル化される。
- 光源は, 近似的に抵抗としてモデル化される。

## 2.2.2 非線形受動回路素子

- 非線形受動回路素子は，抵抗一定のオームの法則を満たさない（ノンオーミック素子）。
- 電球の場合，フィラメントの温度が上昇すると，フィラメントの導電率が低下する。（もし，温度を一定にコントロールすることができれば，抵抗一定でオームの法則が成り立つ（オーミック素子）。）
- オームの法則を満たさな素子は， $V = R(V)I$ が成り立つ。



- オームの法則をみたす素子の  $v - i$  特性は直線になる。

### 2.2.3 非線形素子の静的抵抗

- ダイオードの  $v - i$  特性は, Shockley の式で与えられる。

$$I = I_S \left[ \exp \left( \frac{V}{V_T} \right) - 1 \right]$$

- $I_S$  : ダイオード飽和電流
- $V_T$  : 熱電位

### 2.2.4 非線形素子の動的 (小信号) 抵抗

- 非線形回路素子の動的 (小信号) 抵抗  $r$ 。
- または, 微分抵抗, 増分抵抗と呼ばれる。
- それは,  $v - i$  特性の傾きで与えられる。

$$V = V_0 + v, \quad I = I_0 + i.$$

- $V_0$  と  $I_0$  は, 直流電圧と電流,  $V_0 = R_0 I_0$
- $v$  と  $i$  は, 小さい時間で変化する信号

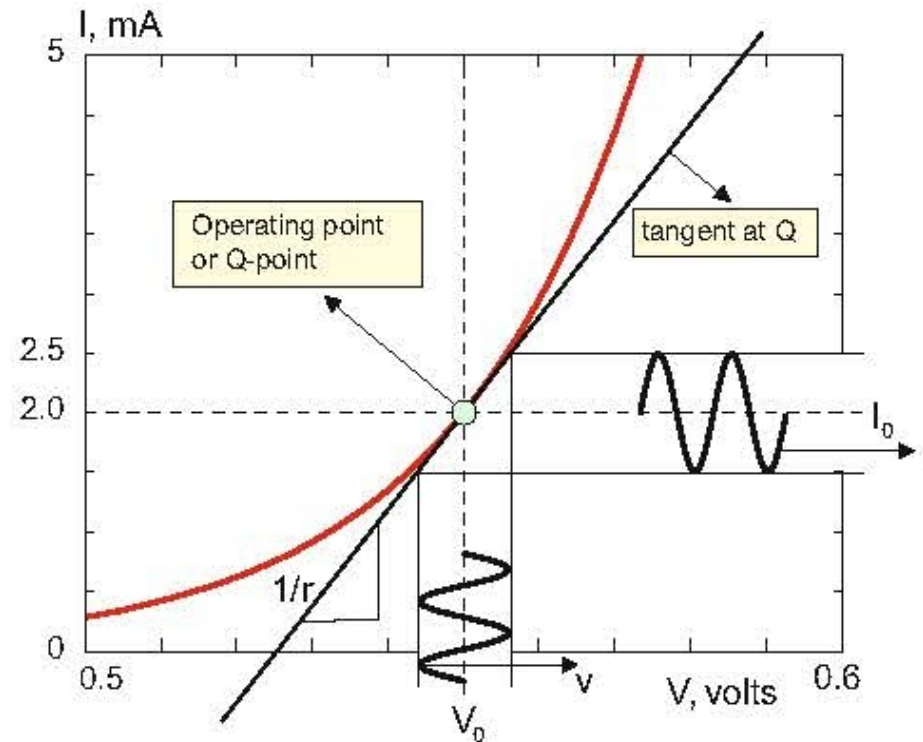
$$V \simeq R_0 I_0 + r i.$$



$r$  : 動的 (小信号) 抵抗

- $v \simeq ri$ .

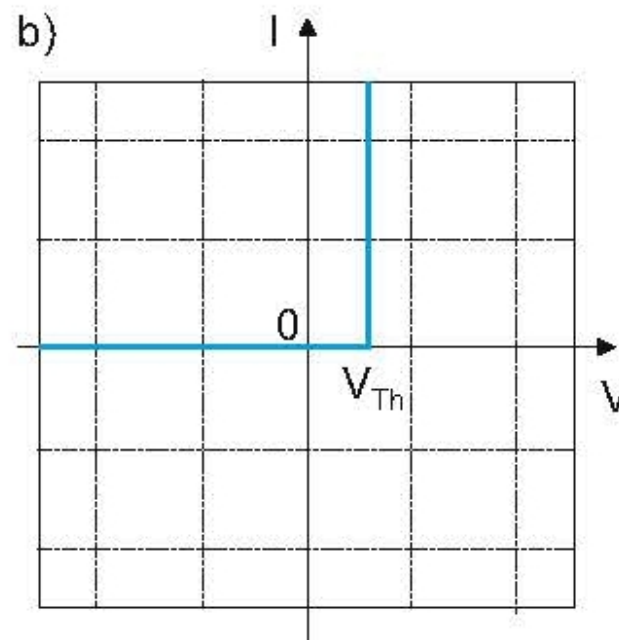
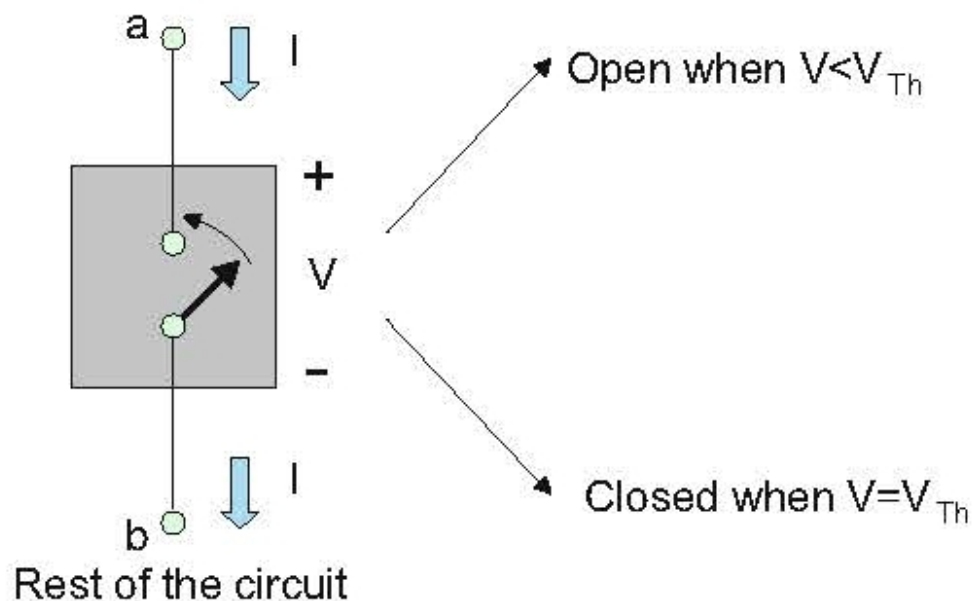
$$r = \left. \frac{dV}{dI} \right|_{V=V_0, I=I_0}$$

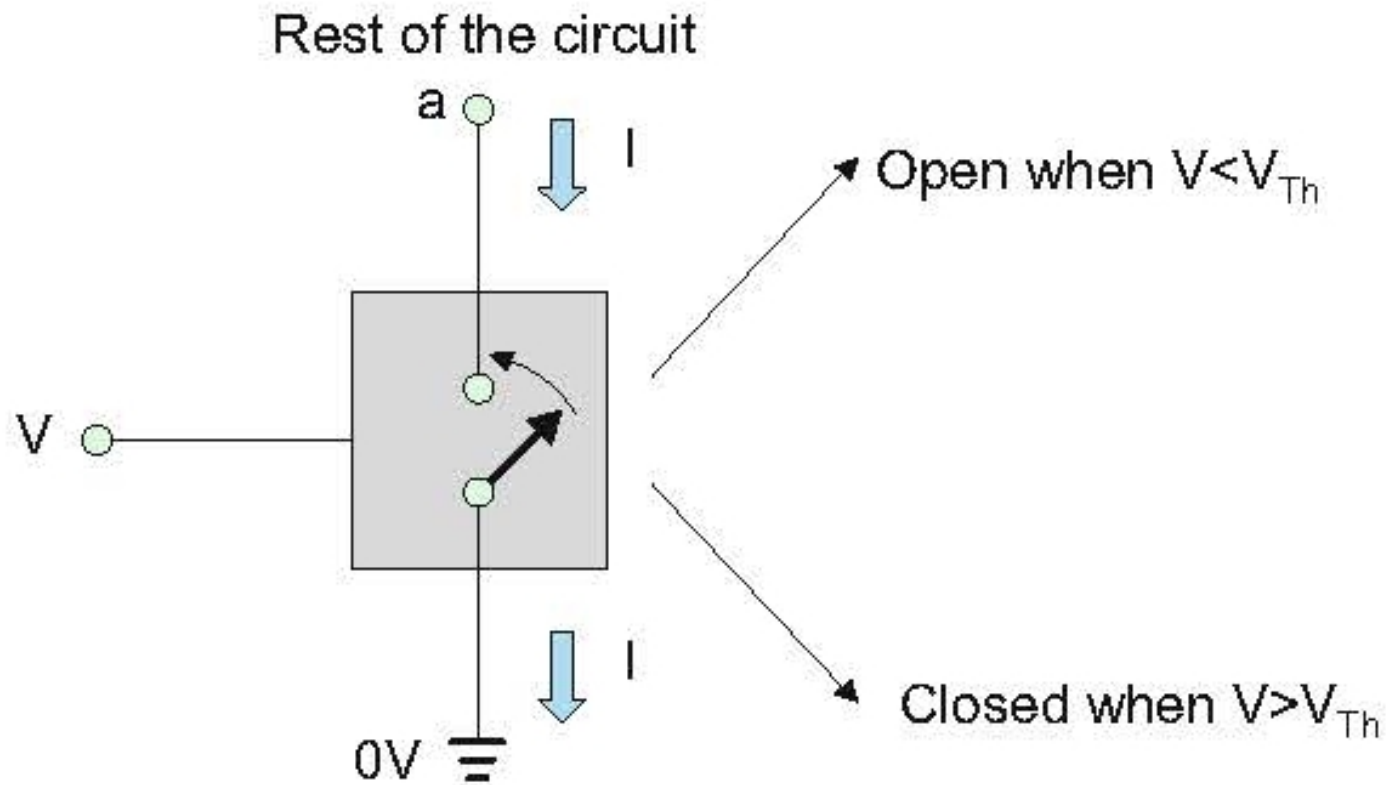


## 2.2.5 電子スイッチ

- 電子スイッチ（固体スイッチ）は、電氣的な量（電圧や電流）が急に変わるもの。スイッチの開閉のように。
- 2端子スイッチは、その電圧がある閾値しきい値  $V_{Th}$  を越えると、スイッチが閉じ電流が流れるもの。

a) Rest of the circuit

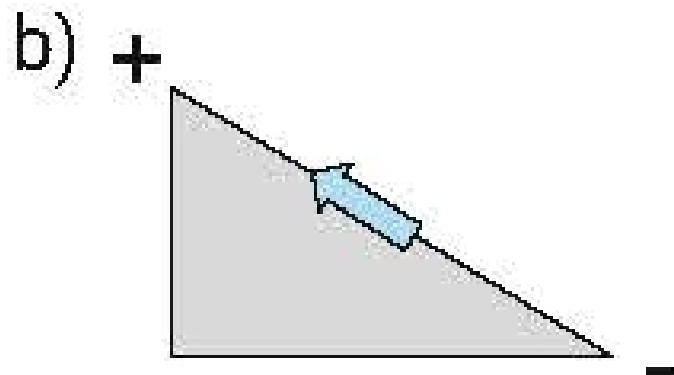
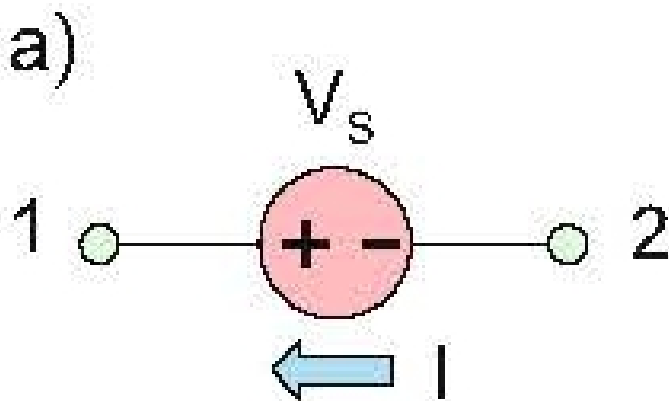




- 電圧  $V$  で，分離した回路のスイッチの開閉をコントロールできる。
- $V \geq V_{Th}$  となるときスイッチが閉じ，それ以外は開いている。

## 2.3 独立電源

### 2.3.1 独立理想電圧源

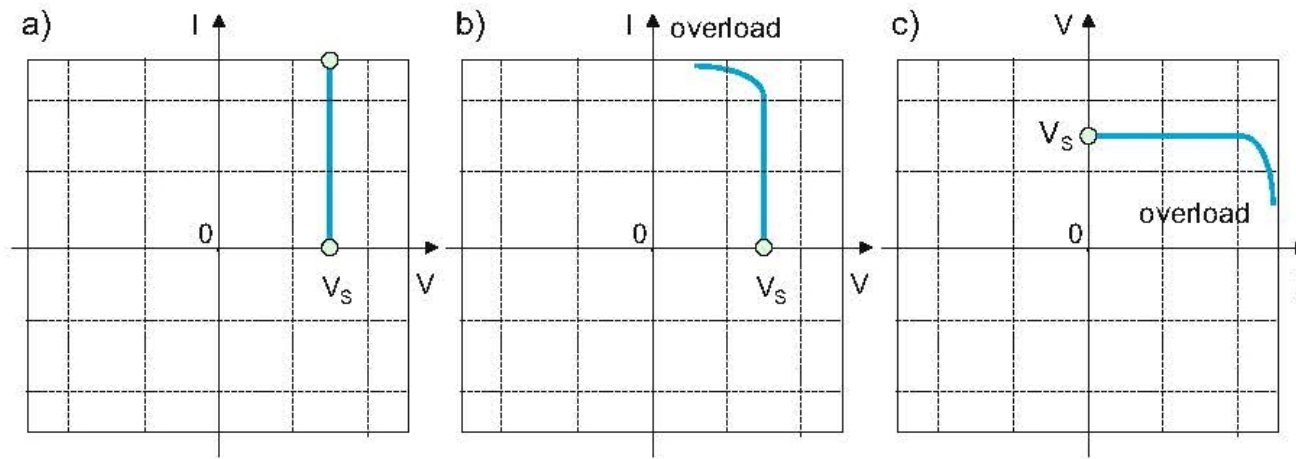


- 電圧源は，極性素子である。
- 2つの端子間の電位差が $V_S$ である。
- 「独立」の意味は，電圧 $V_S$ が変化しないこと。

電圧源を通る電流：アクティブ・リファレンス・コンフィギュレーション

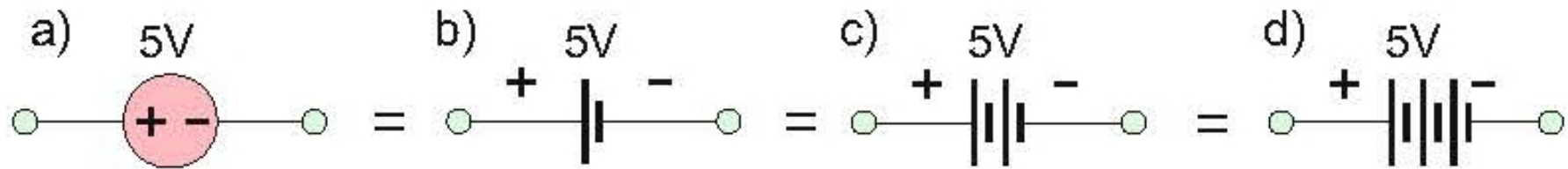
- 理想電圧源では， $V_S$ は電流 $I$ によらず一定。

# 電圧源の $v - i$ 特性



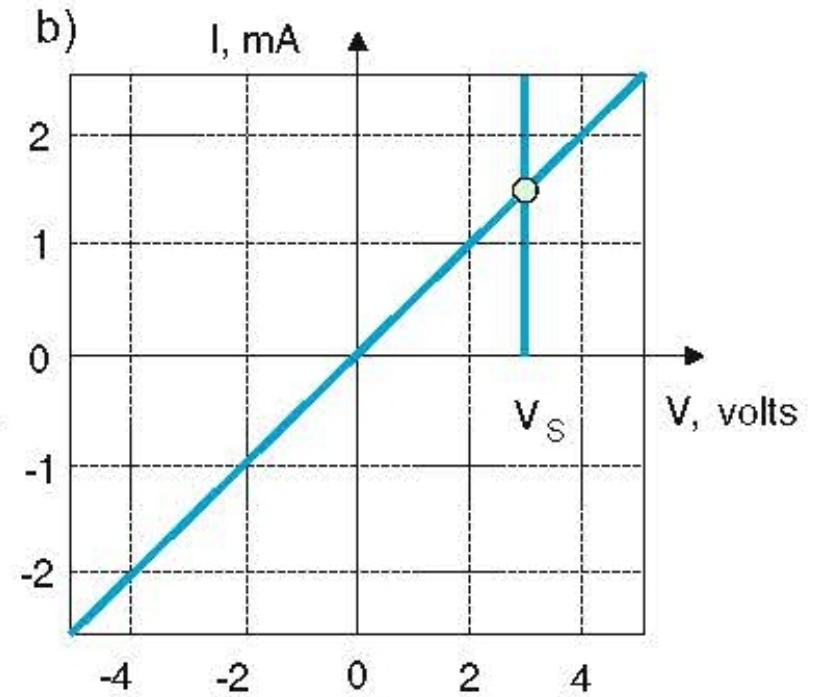
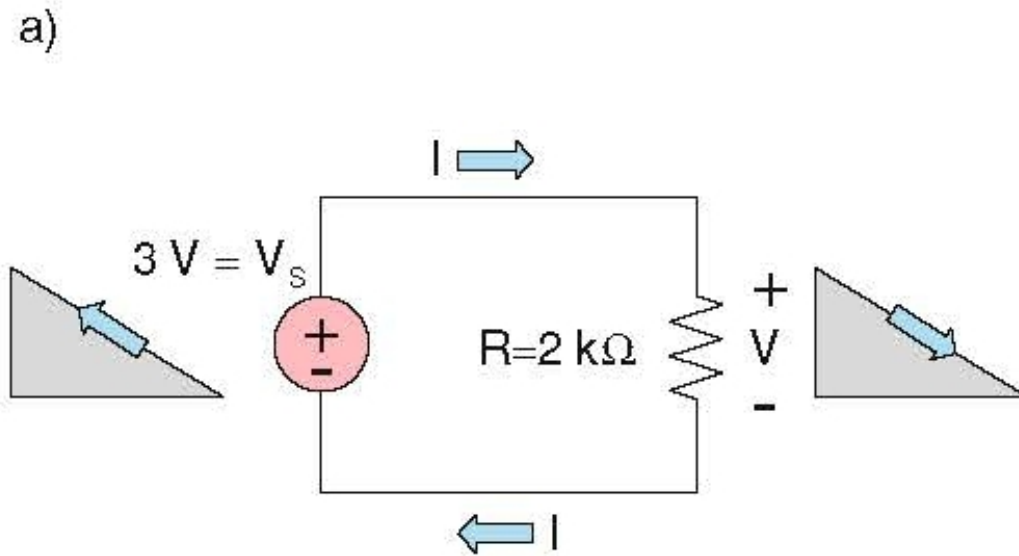
- 理想電圧源
- 現実の電圧源
- 現実の電圧源（軸を入れ替えた）

## 独立電圧源の記号



- a) 一般的な電圧源
- b) 1つの電池
- c), d) バッテリーバンク
- 全てのシンボルは等価

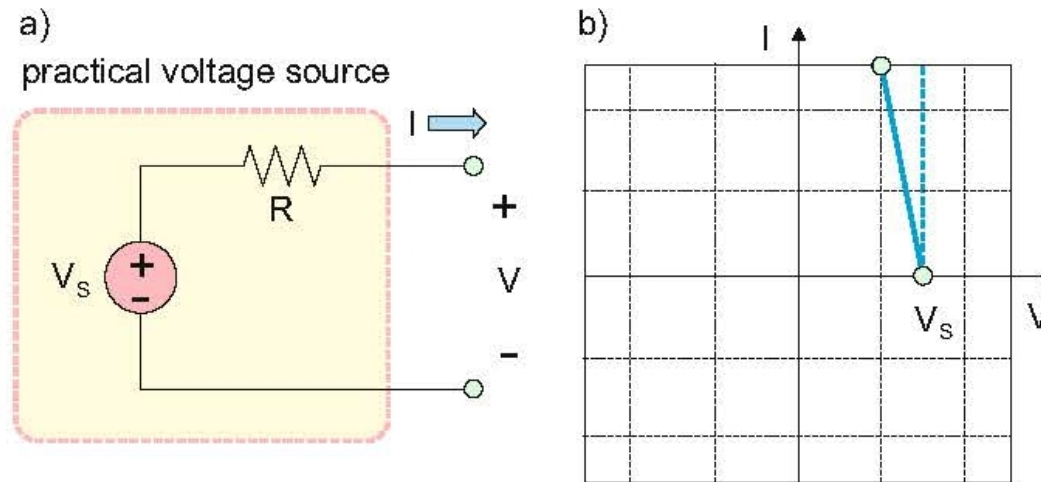
# グラフを使った電気回路解析



- 電圧源と抵抗の電圧は同じ。
- 電圧源と抵抗の電流は同じ。

## 2.3.2 電圧源の実際的回路モデル

- 実際的電圧源は，直列接続された電圧  $V_S$  の理想電圧源と抵抗  $R$  の抵抗でモデル化できる。



- $V_S$  : 開放電圧
- $R$  : 内部抵抗
- $I_{\max} = V_S/R$  : 短絡電流
- $V$  : 実際的電圧源の出力電圧

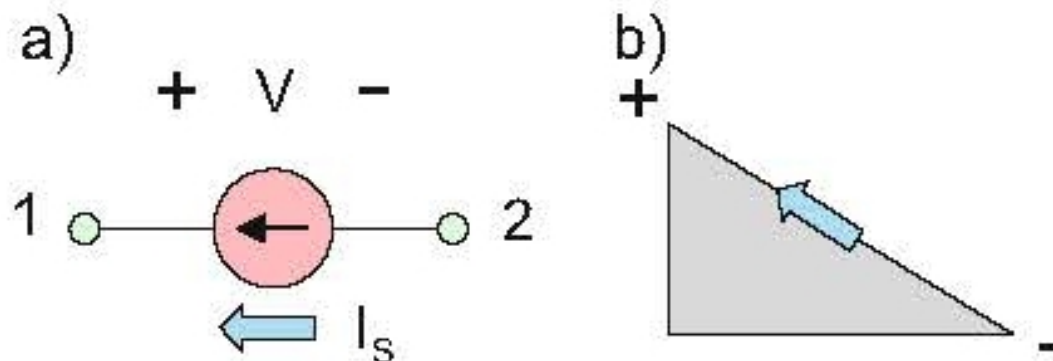


- $I$  : 实际的電圧源の出力電流

$$V = V_S - RI, \quad I = \frac{V_S - V}{R}.$$

### 2.3.3 理想独立電流源

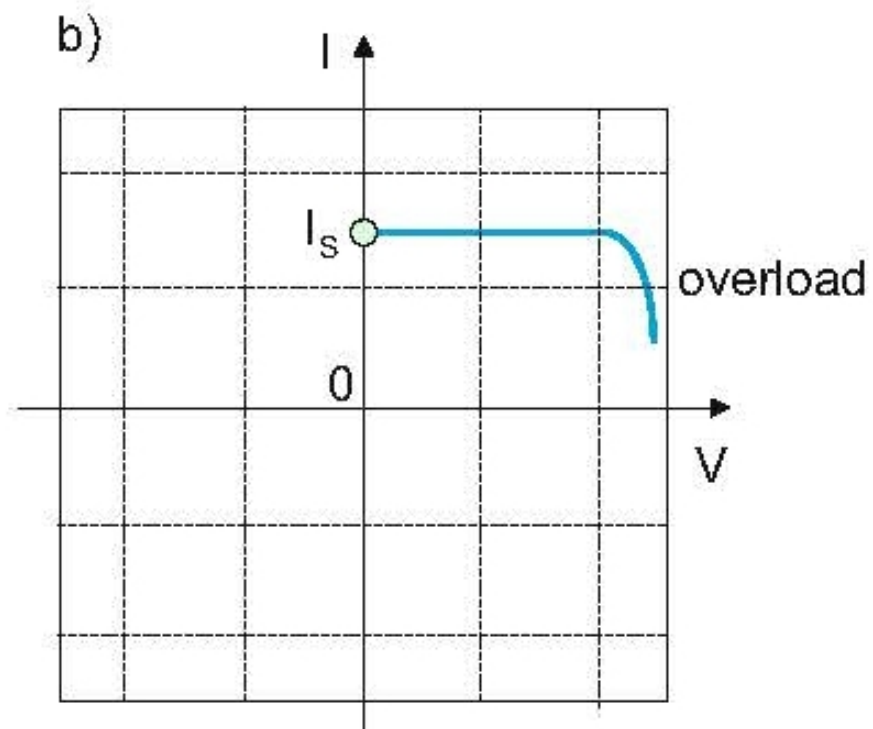
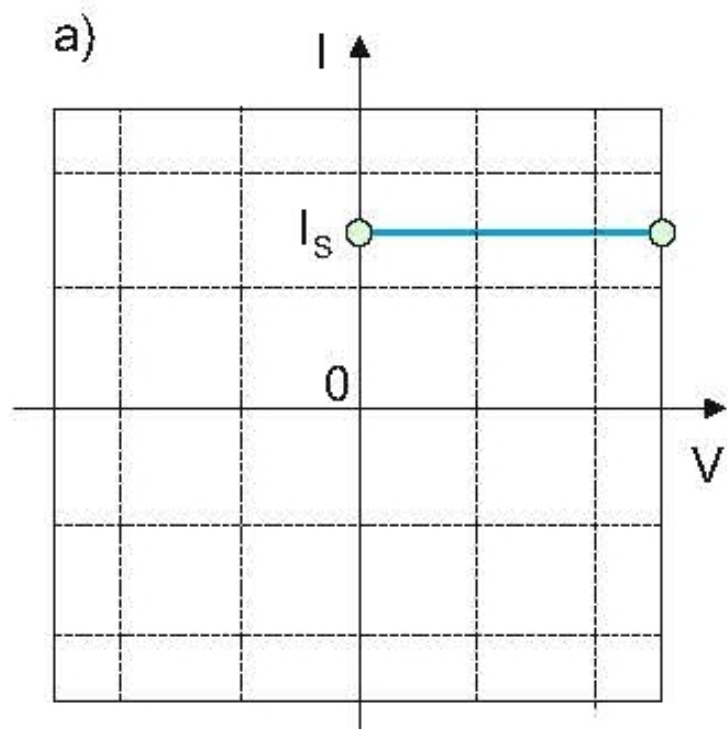
- 理想独立電流源は理想独立電圧源と双対をなすもの。
- 一定電流源は方向性を持つ。
- 「独立」は  $I_S$  が変化しないことを意味する。



電流源にかかる電圧：アクティブ・リファレンス・コンフィギュレーション

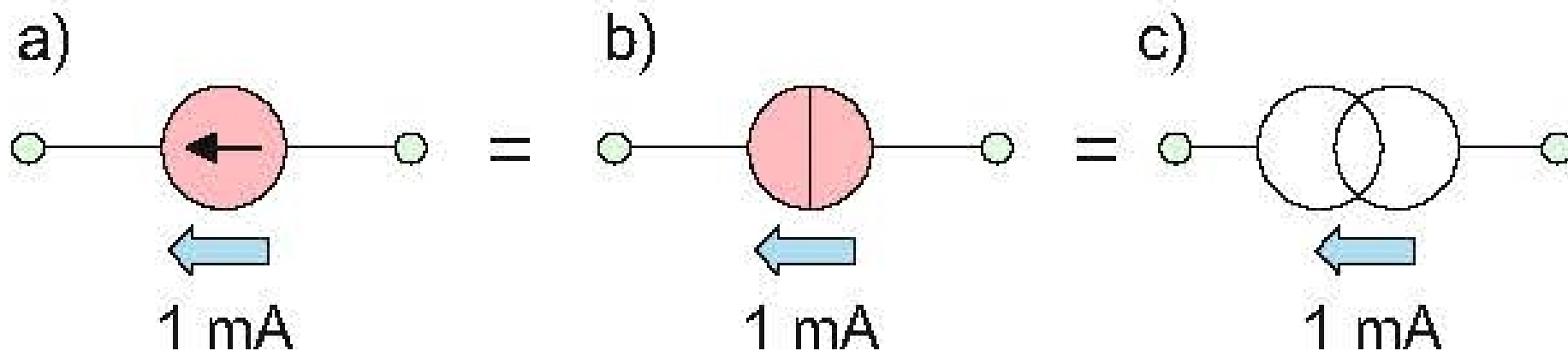
- 理想電流源では，任意の電圧  $V$  に対して， $I_S$  は一定。

# 電流源の $v - i$ 特性



- 理想電流源
- 現実の電流源

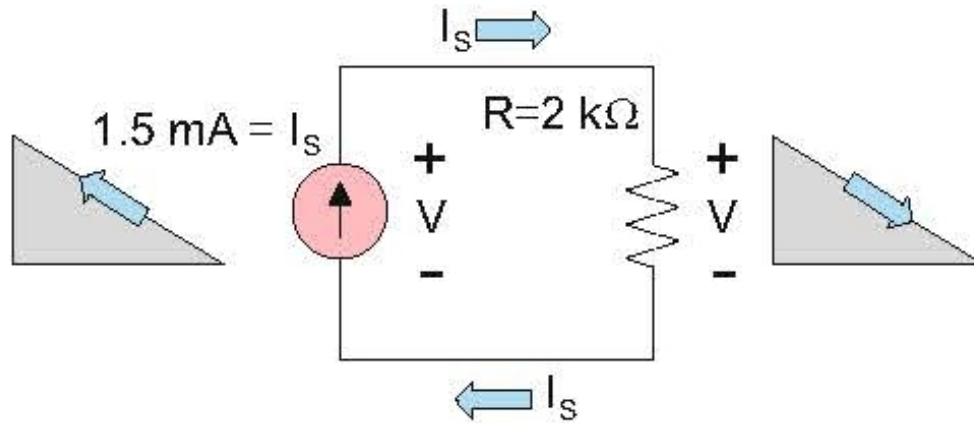
## 独立電流源の記号 e



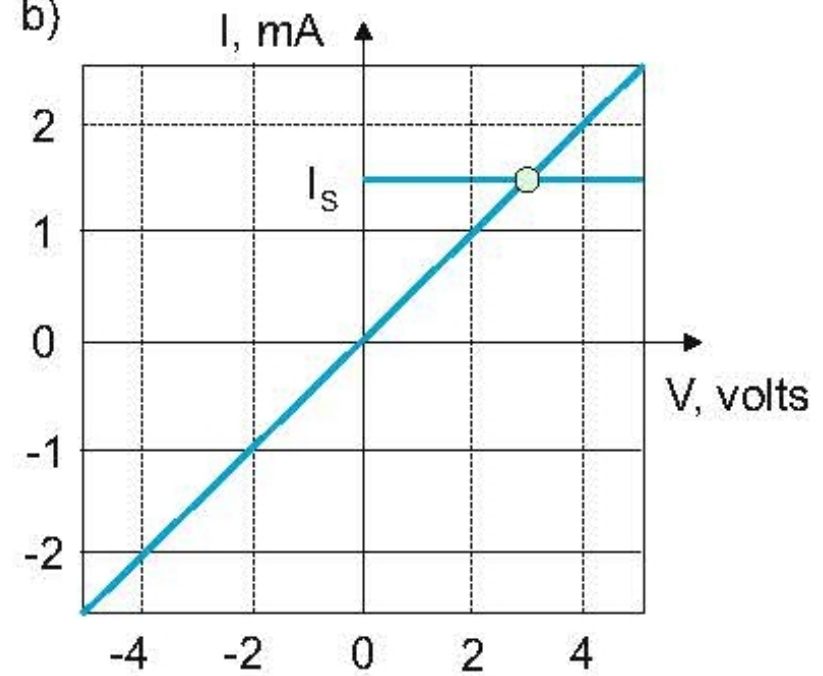
- 北米で使われる。
- ヨーロッパで使われる。
- 古い教科書で使われる。

# グラフを使った電気回路解析

a)



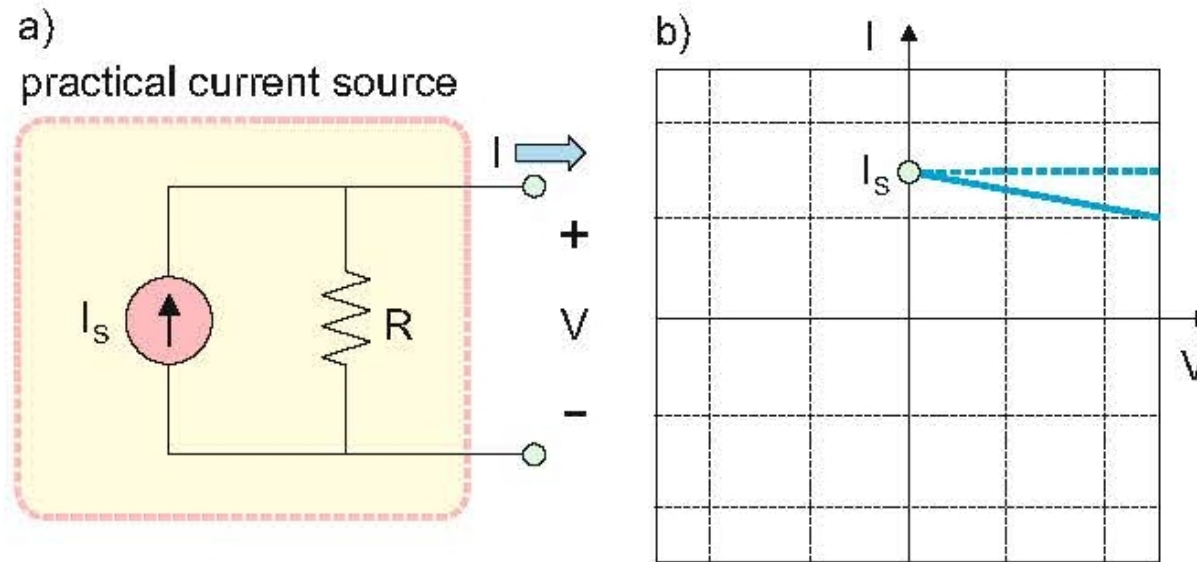
b)



- 電流源と抵抗にかかる電圧は同じ。
- 電流源と抵抗に流れる電流は同じ。

## 2.3.4 電流源の実際的回路モデル

- 電流源は，電流  $I_S$  の理想電流源と抵抗  $R$  の理想抵抗を並列接続したものでモデル化できる。



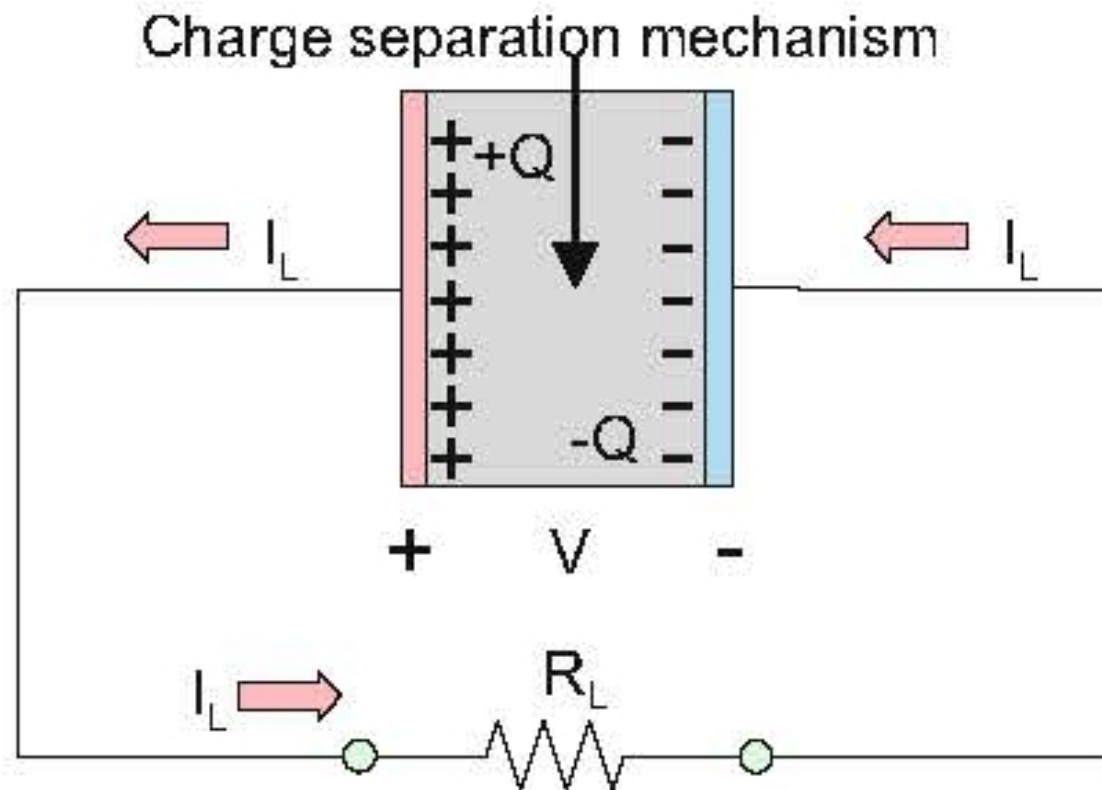
- $I_S$  : 短絡電流
- $R$  : 内部抵抗
- $V_{\max} = RI_S$  : 開放電圧
- $V$  : 現実的電流源の出力電圧

- $I$  : 現実的電流源の出力電流

$$I = I_S - \frac{V}{R}.$$

## 2.3.5 電圧源の原理

- 発電機，化学電池，太陽光発電などの電圧電源の原理は電荷分離原理で説明される。



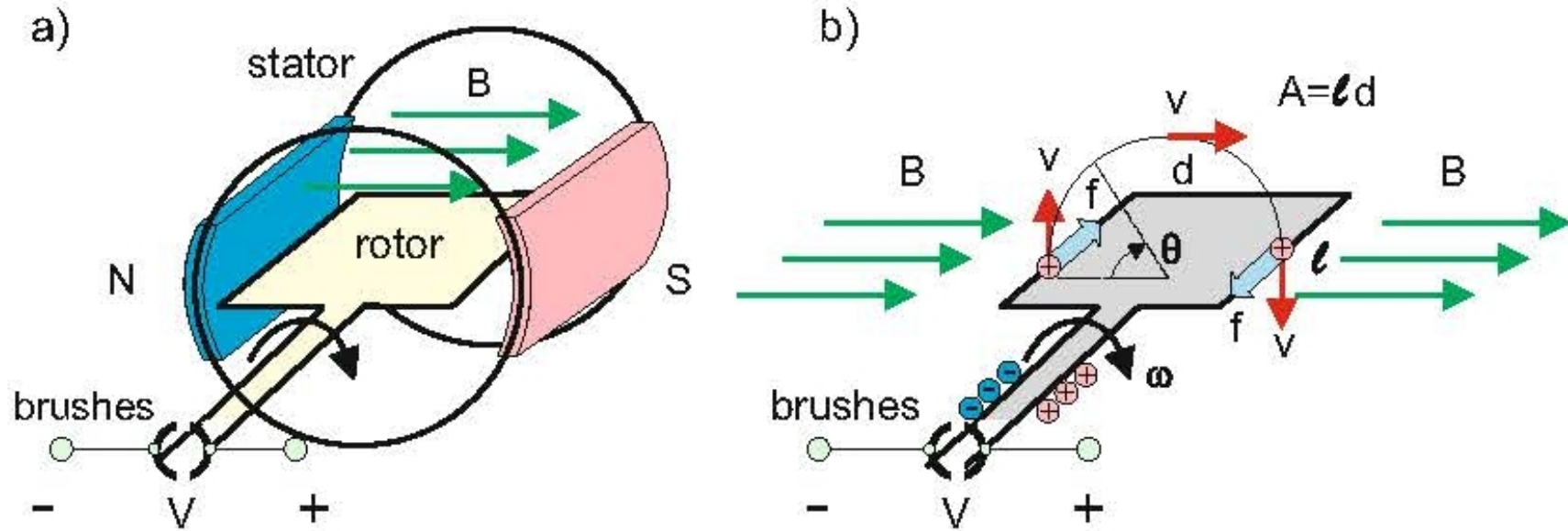


- 発電機の場合は，ローレンツ力が導体中の個々の電子が働き，それらを導体の一つの端子に押し出す。反対の電荷密度が反対の端子に生じる。作られる。ローレンツ力の巨視的効果は，電磁誘導のファラデーの法則となる。
- 電池においては，電極における化学反応が電荷を生み出す理由となる。
- 太陽電池では，pn接合の内部電位が，光生成された負電荷（電子）と正電荷（ホール）を分ける。

### 2.3.6 応用例：永久磁石による直流電圧発電機

- 永久磁石による基本的な直流発電機
- ローレンツ力が電荷を持った粒子に働く。 $(v$  は速度 (電圧ではない))

$$f = q(v \times B)$$



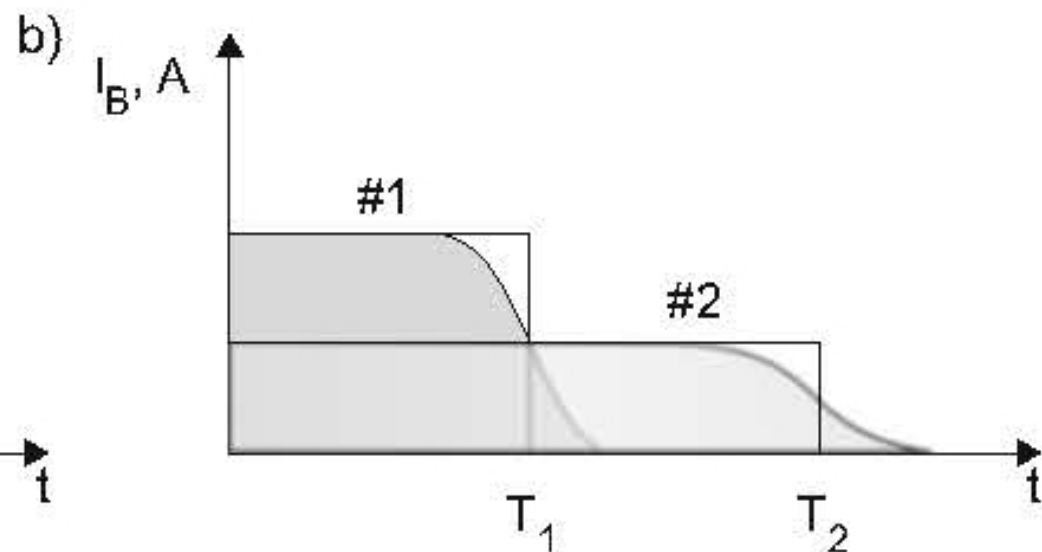
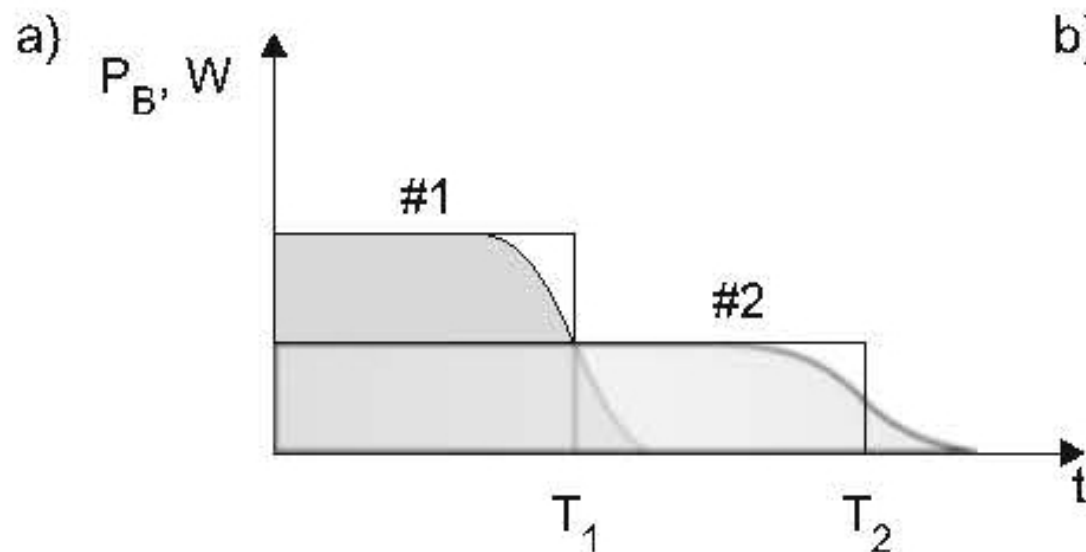
- $v = (d/2)\omega \cos \theta$
- $\langle \cos \theta \rangle$  を,  $\cos \theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ) の平均とする。
- 誘導電圧は次式で与えられる：

$$V = ldB \langle \cos \theta \rangle = (2/\pi)AB\omega$$

$A$  : 内部コイルの面積

## 2.3.7 応用例：化学電池

- 電池内部の化学反応が連続的な電荷分離をひき起こす。
- 一般的な化学電池の2つの重要なパラメータは、バッテリー電圧とバッテリー容量である。
- バッテリー容量 $Q$ は、ある有限時間の間、供給できる一定電流や電力を決める。



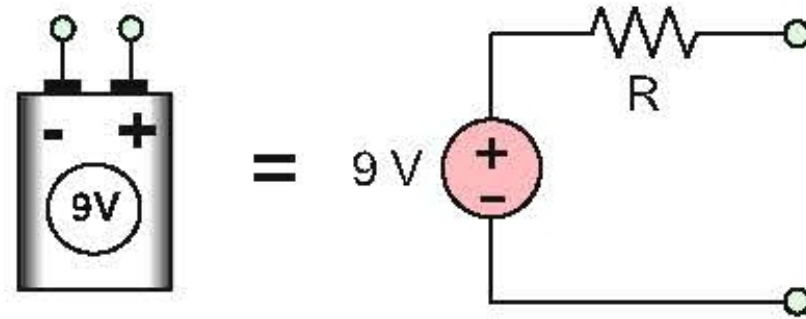
- $I_B$  : 電池の電流
- $T$  : バッテリー電流  $I_B$  に対して, 電圧を出力できる時間
- バッテリー容量  $Q$  は  $TI_B$  によって与えられる。
- $Q$  の単位 : A·h または 小さい電池では, mA·h が使われる。
- $I_B$  が変化するとき, バッテリー容量は次式で与えられるc :

$$Q = \int_0^T I_B dt.$$

- $V_B$  が一定の時, 電池の総エネルギー  $E_B$  は, 次式で与えられる。

$$E_B = \int_0^T V I_B dt = QV_B.$$

# 電池の回路モデル



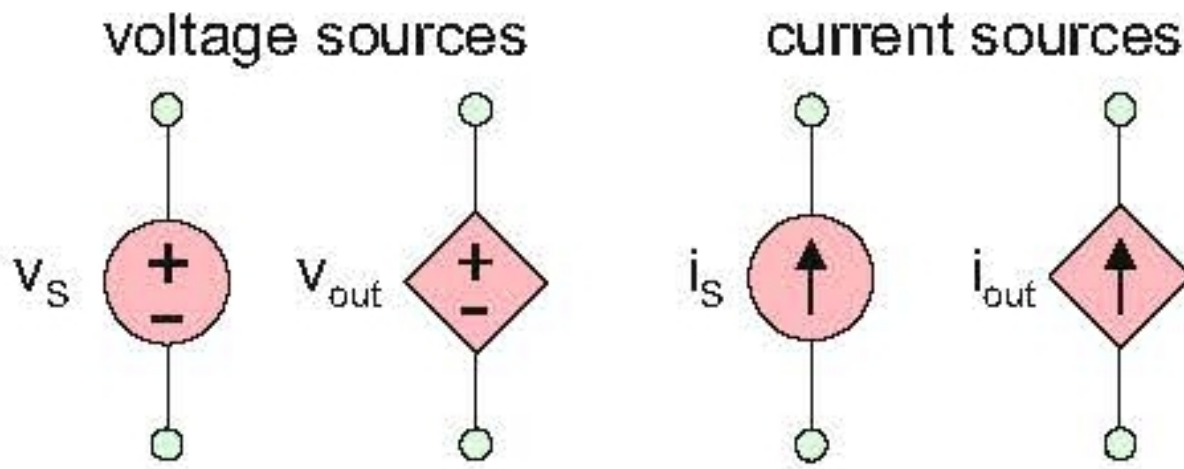
- 電池は，実際の電圧源 ( $V_S$  and  $I$ ) でモデル化できる。

Battery size/type	Rechargeable	Voltage (cell)	Capacity (A·h)	Resistance (R)
AAA	No	1.5	1.3	100–300mΩ for alkaline battery per cell
AA	No	1.5	2.9	
C	No	1.5	8.4	
D	No	1.5	20.5	
9 V	No	9.0	0.6	~400 mΩ
Lithium batteries	Yes	3.6–3.7	0.7–1.5	~300 mΩ
Lead acid starter battery (automotive, deep cycle)	Yes	12.6	~600A for 30 s at 32 °F before voltage drops to 7.20 V	<100 mΩ
Deep-cycle marine, electric vehicles	Yes	Variable: ~ 30 W·h per kg of weight, or ~ 108 kJ per kg of weight		~200 mΩ

## 2.4 従属電源と時変電源

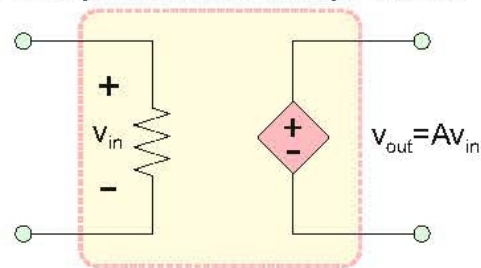
### 2.4.1 従属電源 vs 独立電源

- 独立電源：電源の強度（電圧や電流）が別の回路のパラメータで制御される。
- それは任意の電圧または電流を発生できるので、電圧や電流に対して小文字の記号が使われる。
- 制御量に対して発生した電圧や電流は  $v_{out}$  や  $i_{out}$  で記される。
- 制御電圧や制御電流は，それぞれ，  $v_{in}$  や  $i_{in}$  で記される。

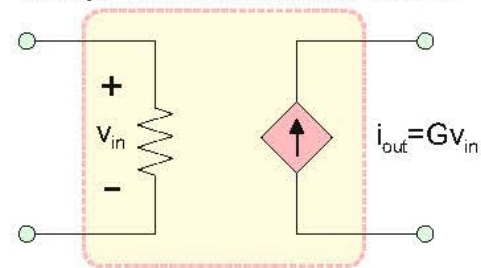


## 2.4.2 従属電源の定義

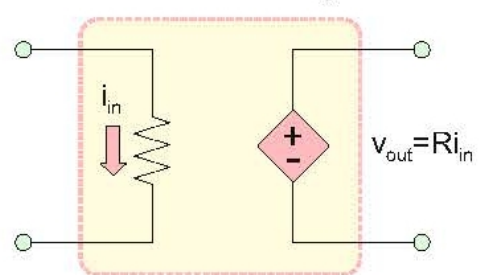
a) voltage-controlled voltage source



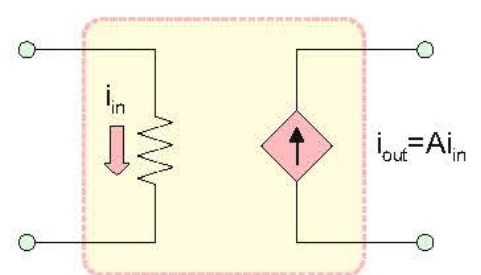
b) voltage-controlled current source



c) current-controlled voltage source



d) current-controlled current source



### 電圧制御電圧源

$$v_{out} = Av_{in}.$$

- $A$  : 開ループ利得
- $A$  の単位 : 無次元

## 電圧制御電流源

$$i_{\text{out}} = Gv_{\text{in}}.$$

- $G$  : トランスコンダクタンス
- $G$  の単位 : S (ジーメンズ)

## 電流制御電圧源

$$v_{\text{out}} = Ri_{\text{in}}.$$

- $R$  : トランスレジスタンス
- $R$  の単位 :  $\Omega$

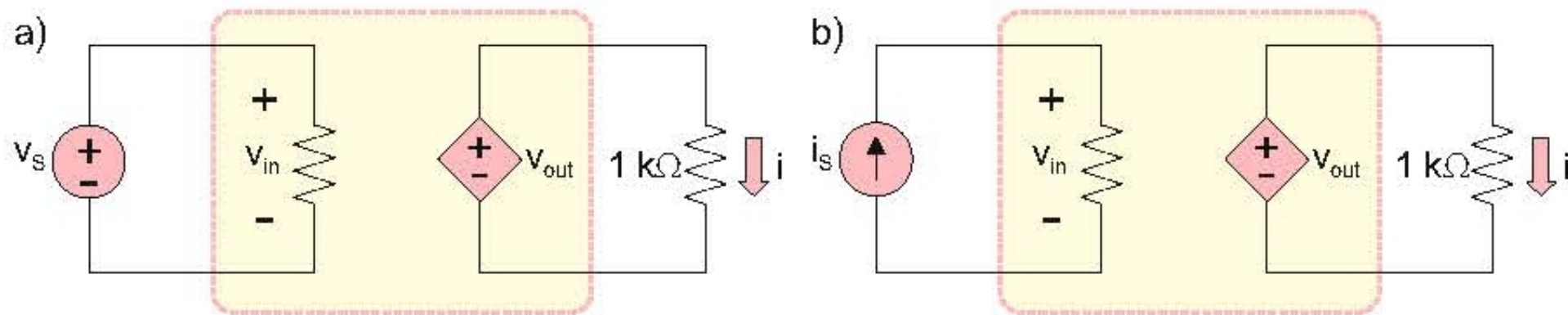
## 電流制御電流源

$$i_{\text{out}} = Ai_{\text{in}}.$$

- $A$  : 短絡電流利得
- $A$  の単位 : 無次元量



## 2.4.3 伝達特性



- (a) の電流  $i$  は次式で与えられる。

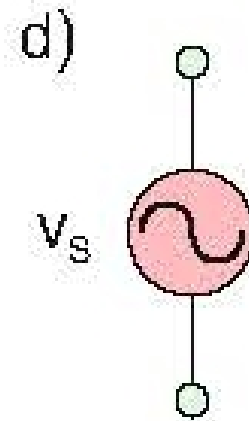
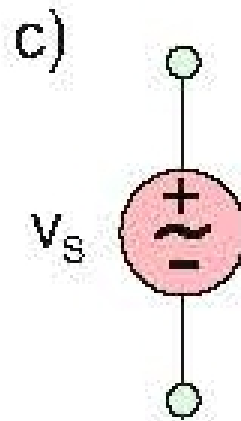
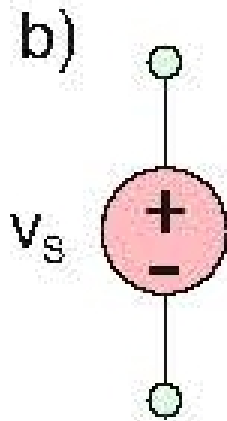
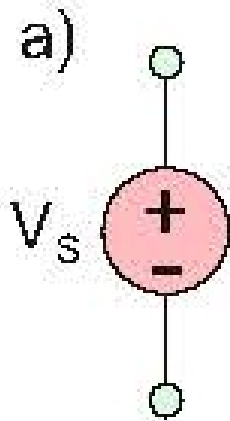
$$i = \frac{v_{out}}{1000} = \frac{Av_{in}}{1000} = \frac{A}{1000}v_{in}$$

## 2.4.4 時變電源

- 交流：alternative current (AC)
- 正弦波交流理想電壓源：

$$v_s(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$$

- $V_m$ ：交流電源振幅
- $\omega$ ：交流電源角周波数
- $\varphi$ ：位相

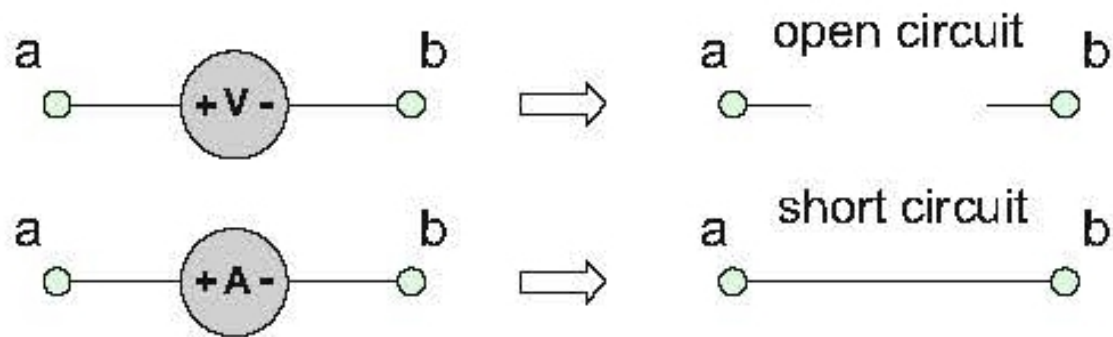


## 交流電源の極性

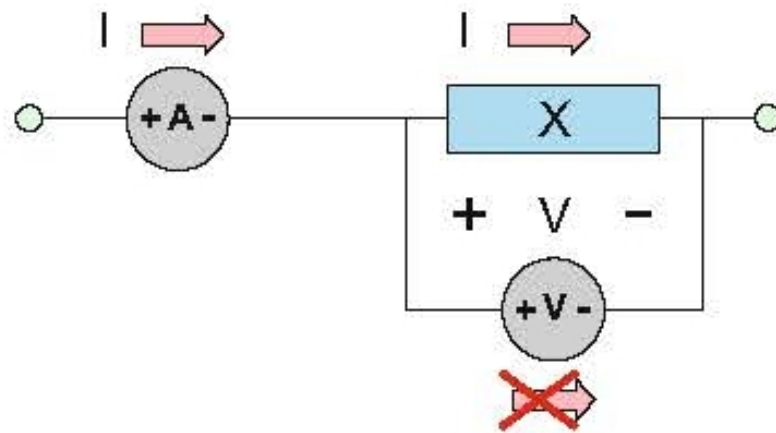
- 交流電源の電圧と電流の値の符号は変化する。
- 電源極性は示される必要はない。
- しかしながら，角周波数が同じ複数の交流電源がある場合，極性の変化は $180^\circ$ の位相の変化となる。

## 2.5 理想電圧計と理想電流計：回路の接地点

### 2.5.1 理想電圧計と理想電流計



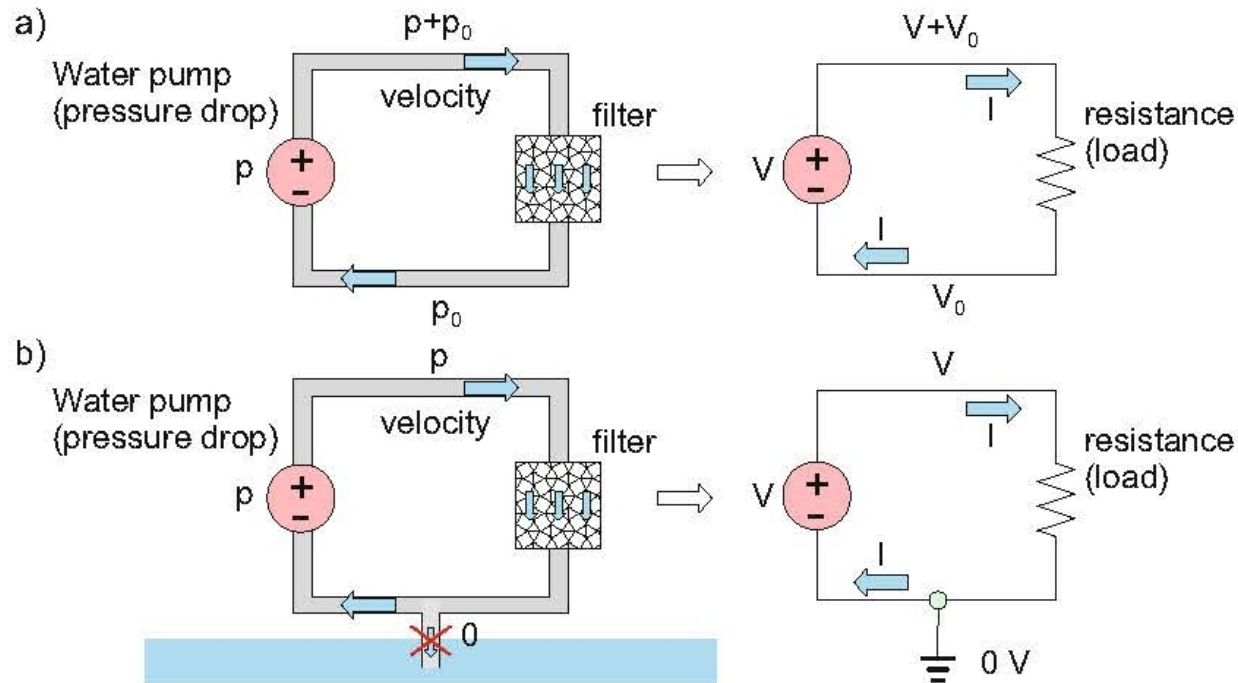
- 理想電圧計は開回路で，電流が流れない。
- 理想電流計は短絡回路で抵抗0で電流が流れる。



## 電流計と電圧計の間違った接続

- 電圧計を直列に接続すると，素子Aを切り離してしまう。
- 電流計を並列に接続すると，素子Aを短絡して無効化してしまう。

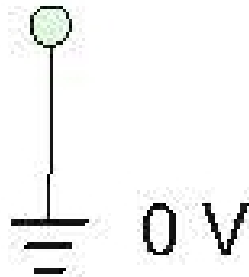
### 2.5.2 回路の接地点：流体力学のアナロジー



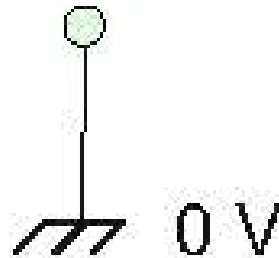
- 接地接続点を通して電流は流れない。
- 接続は電圧参照点としてだけ使われる。

## 2.5.3 接地の種類 Types of Electric Ground (接地)

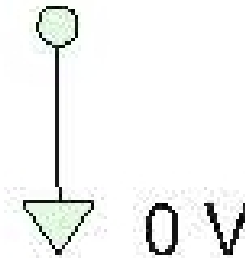
Earth ground



Chassis ground



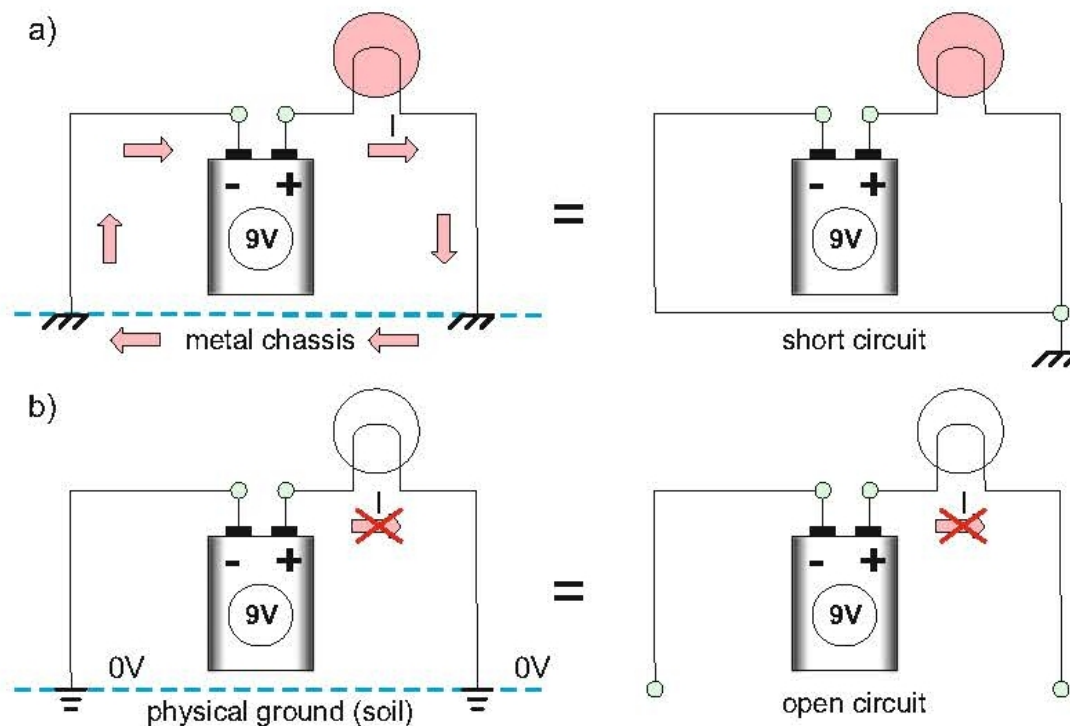
Common (neutral)  
ground



- 大地接地（本当の地球に接地）
- シャシー（ケース，筐体）接地
- 共通接地または中立接地  
（直流電源共通節点または交流電源の中立節点）

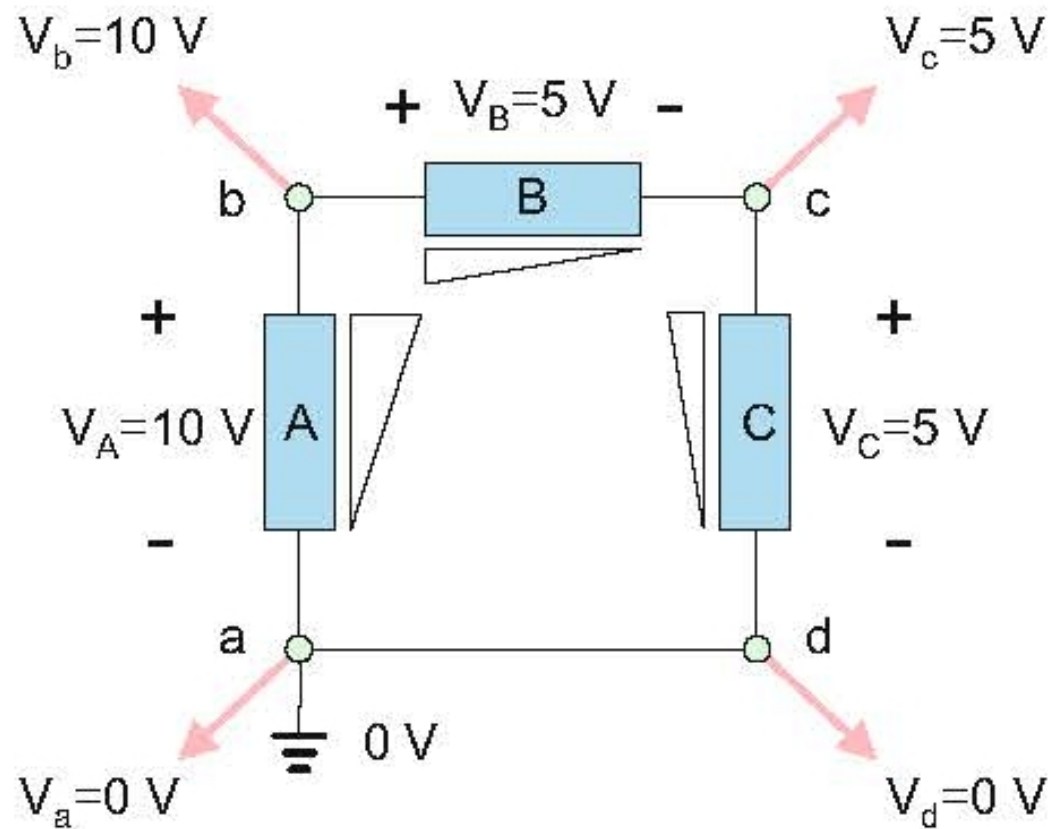
## 2.5.4 接地と帰還電流

- 電流はいつも閉ループを流れる。
- 負荷への電流はフォワード電流，負荷から電源に戻ってくる電流を帰還電流という呼ぶ。
- シャシー接地は， 帰還電流のためのループの一部として使われる。



## 2.5.5 絶対電圧と回路素子における電圧降下

- 回路節点での絶対電圧または電位
- 回路素子を通じた電圧降下または単に電圧降下





### 3 回路法則と回路理論

#### 3.1 回路法則：回路理論

##### 3.1.1 電気回路とそのトポロジー

- 電気回路は一般の数学の観点から見ることができる。
- **節点**，枝，ループの集合で特徴付けられた幾何学的な回路を考える。
- これらの3つの要素は，電気回路の位相幾何学を形作り，素子の接続はグラフとして表される。
- 次のことが可能になる。
  - － 電気回路の中の回路ブロックを同定できる。  
例としては，直列／並列接続，Y接続またはT接続，Y結線またはデルタ結線（ $\Delta$ 結線， $\Pi$ 結線）などがある。
  - － 非常に大きな電気回路を解析することができる。
  - － 複雑な生物のシステムのような他のシステムを解析できる。

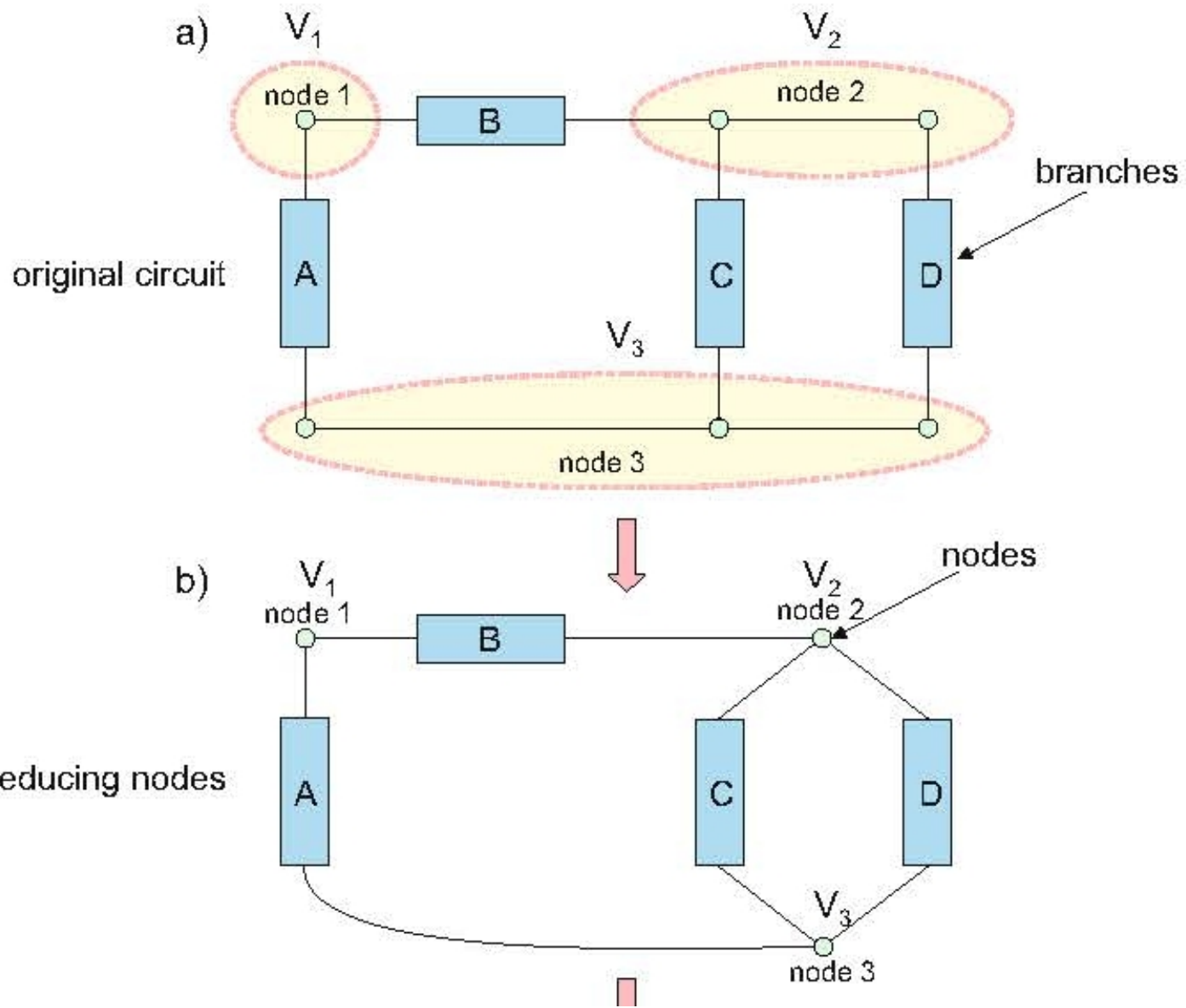
## 節点，枝，ループ，メッシュ

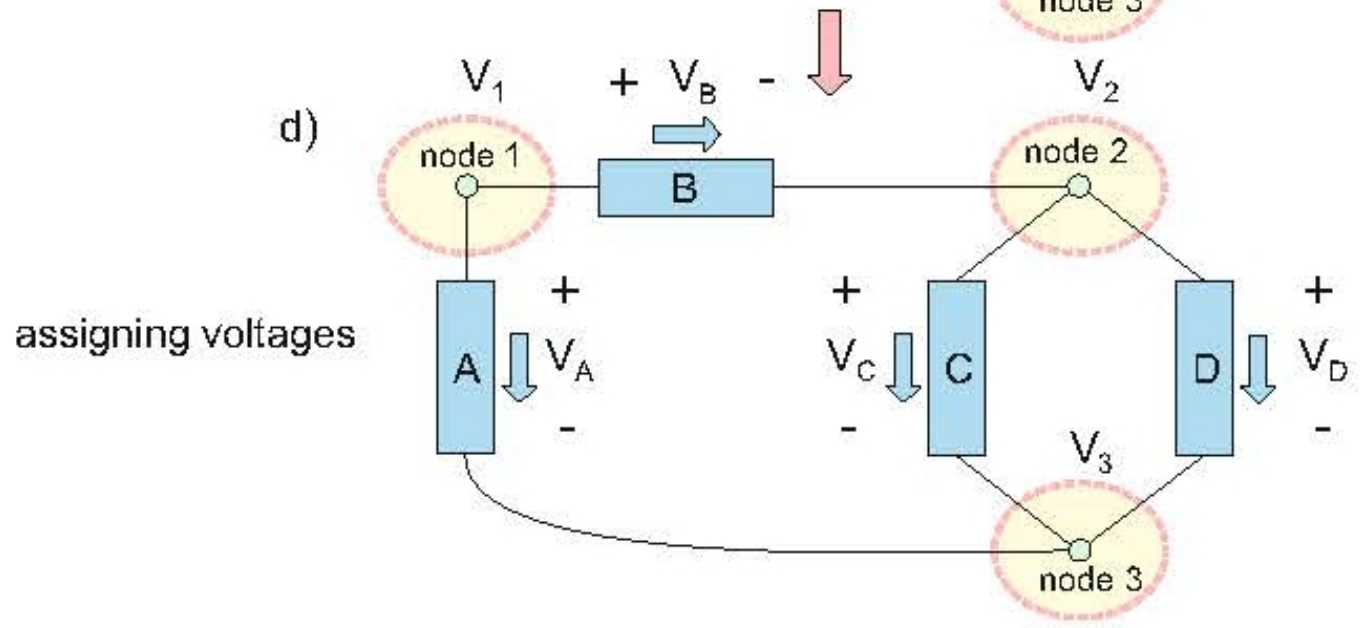
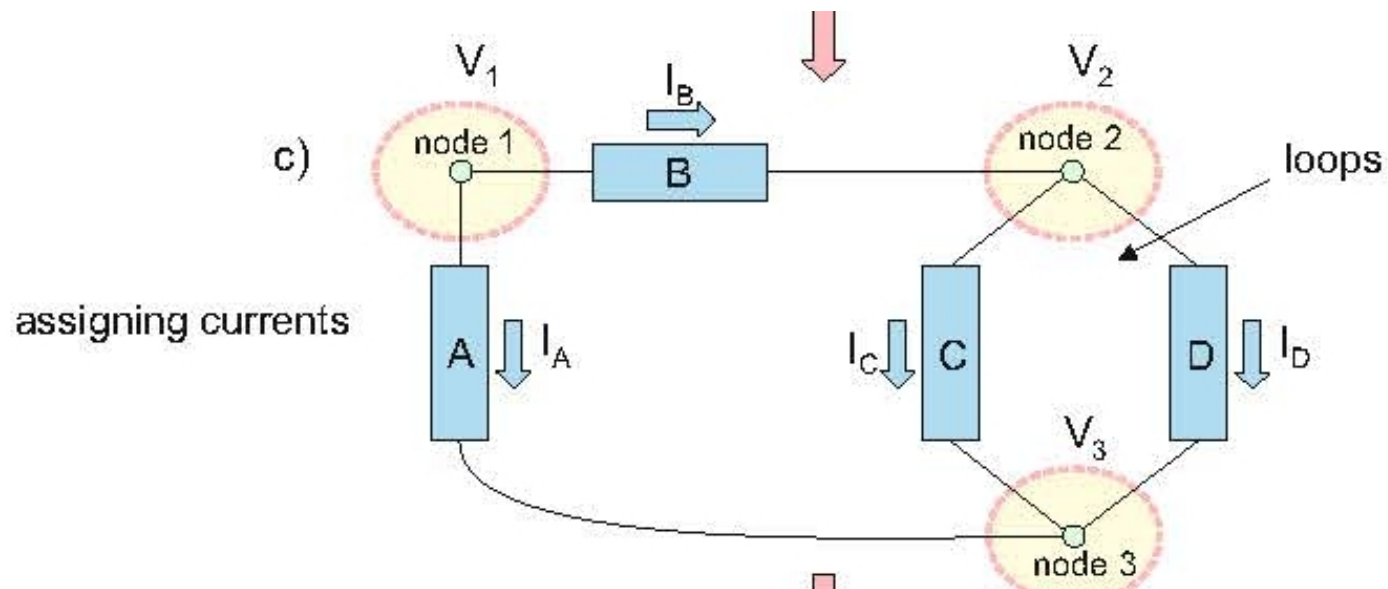
- **節点** は，2つ以上の**枝**が交わる点である。
- **短絡回路**（接続する線）で，2点以上の節点が接続されているならば，それは1つの節点をなす。なぜならば，等電位だからである。
- **ループ** は，2つ以上の枝からなる閉経路である。
- **網目**（基本網目）は，その中にループを含まないループである。

## 枝電流と枝電圧

- 枝電流の方向は，任意に割り当てる。
- 物理的電流と向きが一致すれば電流の値がプラス，反対ならばマイナスになる。
- 枝電圧の極性はそのあと決まる。

$$V_A = V_1 - V_3$$





## 直列と並列接続

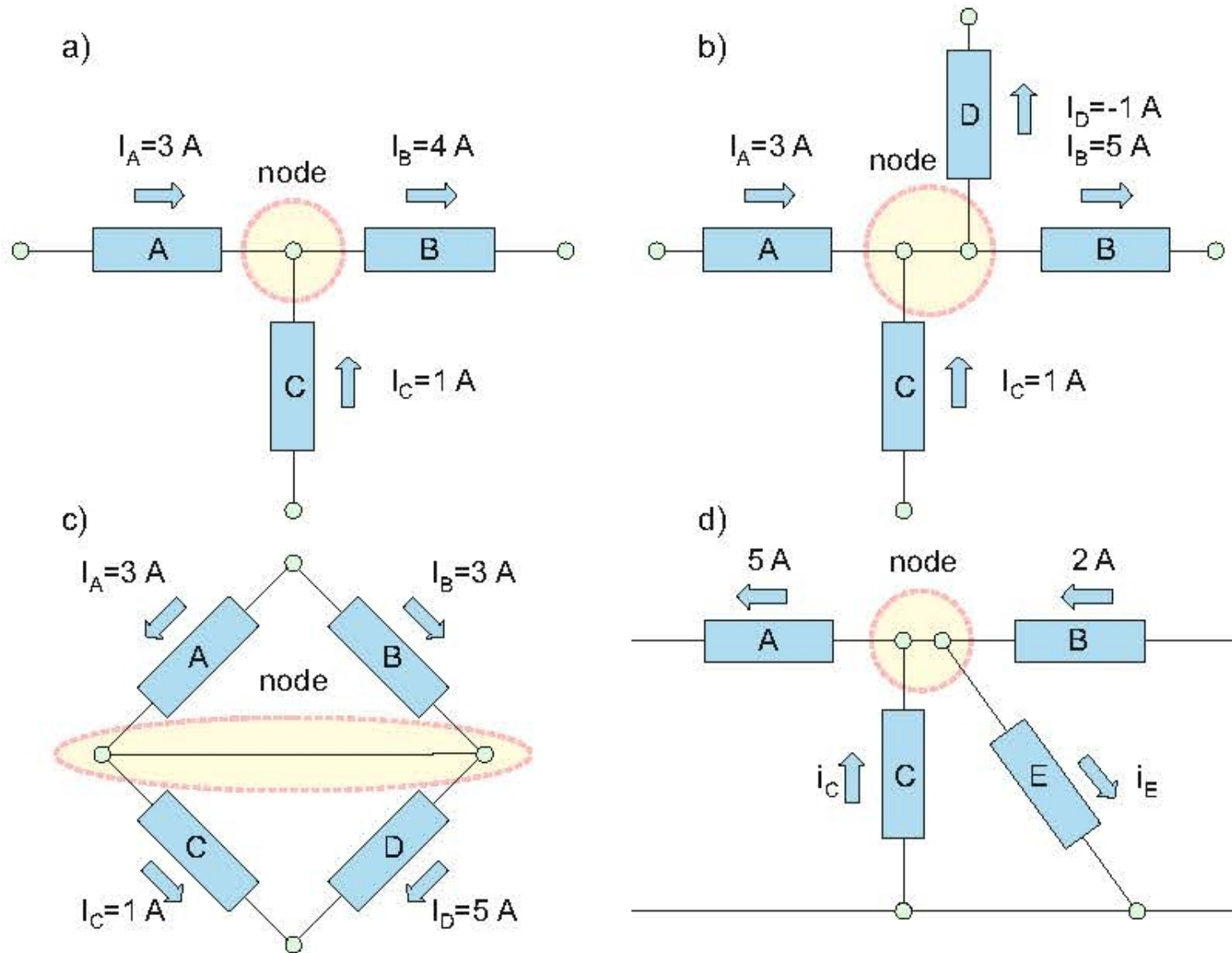
- 2つ以上の枝（回路素子）が**直列**であるとは、その任意の2つの枝が排他的に節点を共有していることである。
- 2つ以上の枝（回路素子）が**並列**であるとは、同じ2つの節点に接続されていることである。
- 並列接続は、**シャント**接続とも呼ぶ。

### 3.1.2 キルヒホッフの電流則

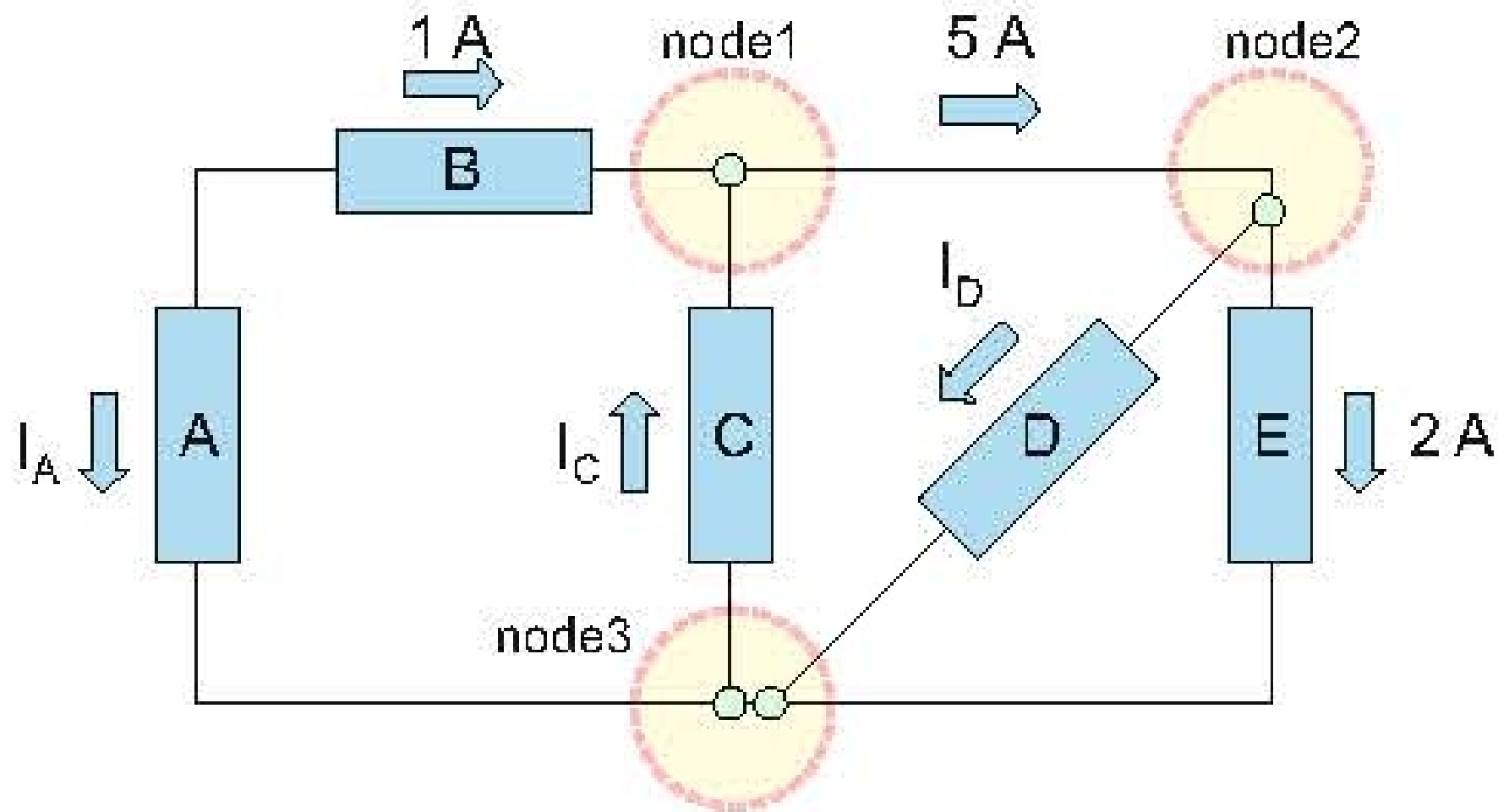
- キルヒホッフの電流則 (KCL)
- キルヒホッフの電流則は、「節点に流れ込む正味の電流が0である」ことを主張する。
- $N$  : 節点電流の総数
- $I_l$  : 節点に流れ込む電流

$$\sum_{l=1}^N I_l = 0.$$

- KCL は，任意の節点で成立する。



- KCL は，任意の節点で成立する。



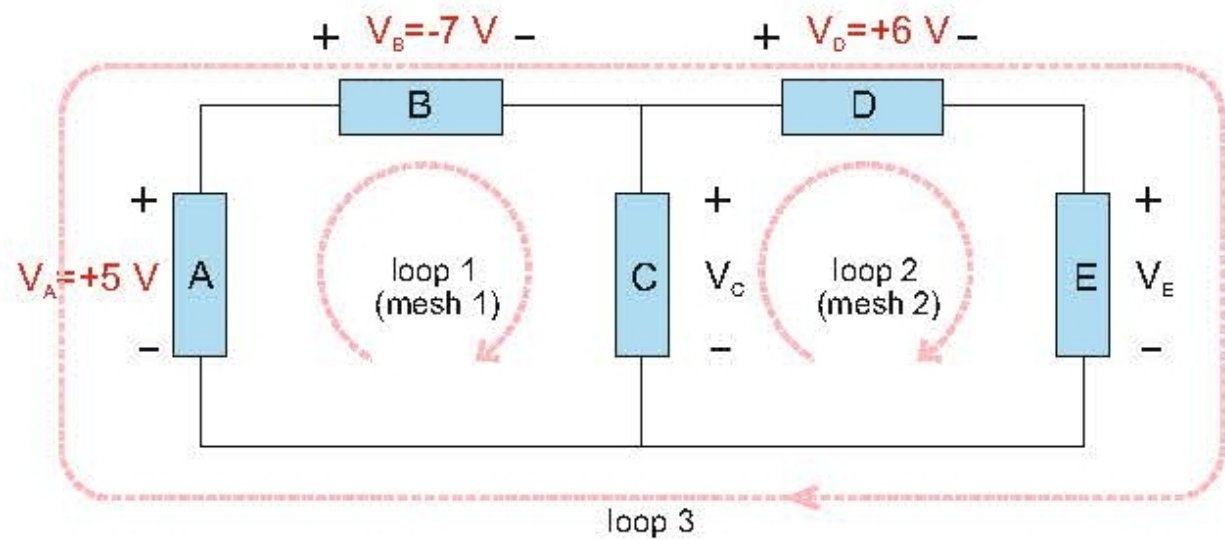
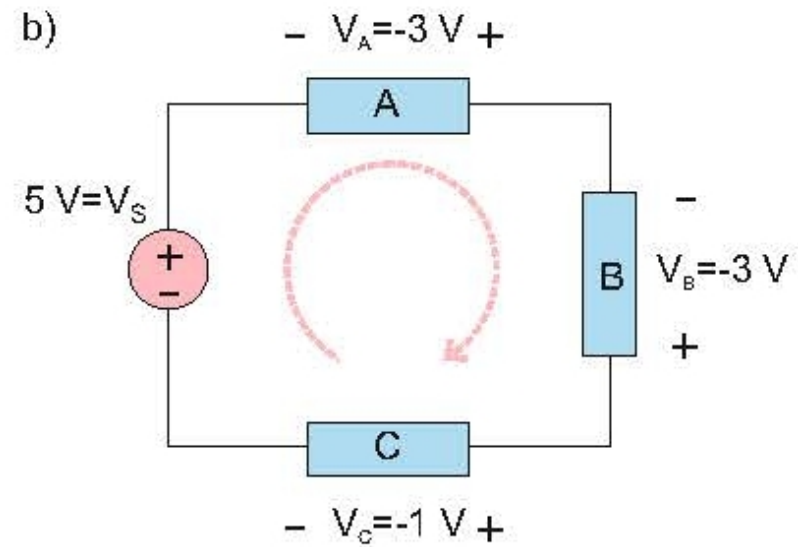
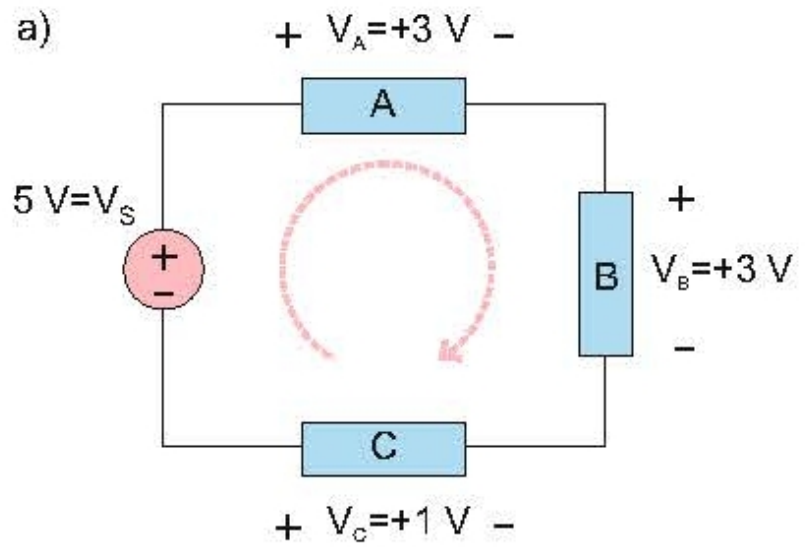
### 3.1.3 キルヒホッフの電圧則

- キルヒホッフの電圧則 (KVL)
- キルヒホッフの電圧則は、「閉ループの電圧の総和が0である」ことを主張する。
- $N$  : ループ中の回路素子の数
- $V_l$  : ループ中の辺の電位差
- ループの向きと電圧の向きが同じ場合  $V_l$  をプラスに, 反対の場合はマイナスを極性をとる。

$$\sum_{l=1}^N V_l = 0.$$

- KVL は任意のループで成立する。





### 3.1.4 電力に関する回路理論

- マックスウェルの最小熱定理 (James Clerk Maxwell, 1891)  
抵抗, 電圧源, 電流源からなる回路において, 抵抗に流れる電流は消費電力の総和が最小になるように決まる。

$$\sum_{l=1}^{N_R} R_l I_l^2 \rightarrow \min.$$

$N_R$ : 抵抗素子の数

- テレゲンの定理 (Bernard D. H. Tellegen, 1952)

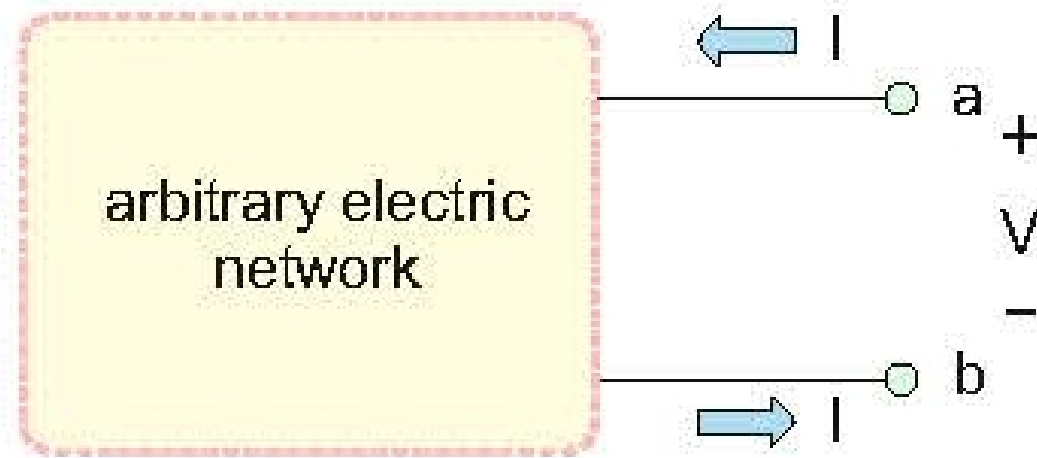
$$\sum_{l=1}^N V_l I_l = 0.$$

$N$ : 回路素子の数

- これは, 電気回路における電力 (エネルギー) の保存則である。

### 3.1.5 回路の端子対：回路の等価性

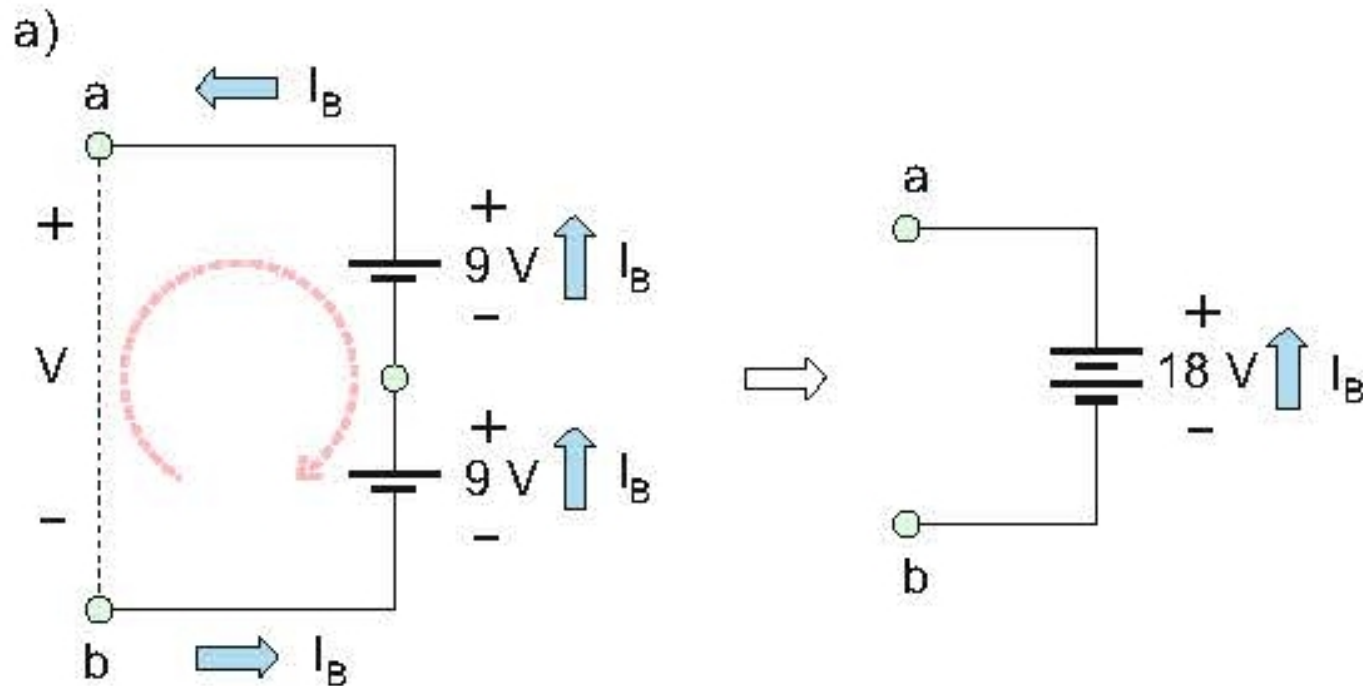
- ここでは，閉じた電気回路の関して扱う。
- 電気回路は端子対を持っているかもしれない。それを通して，他の回路と接続する。
- 端子  $a$  と  $b$  を持った **1 端子対回路**
- 2 つの任意の 1 端子対回路が等価な（電気）回路であるとは，端子  $a$  と  $b$  における  $v - i$  特性が一致すること。



## 3.2 直列または並列回路のブロック

### 3.2.1 電源の直列接続と並列接続

#### 直列接続バッテリーバンク

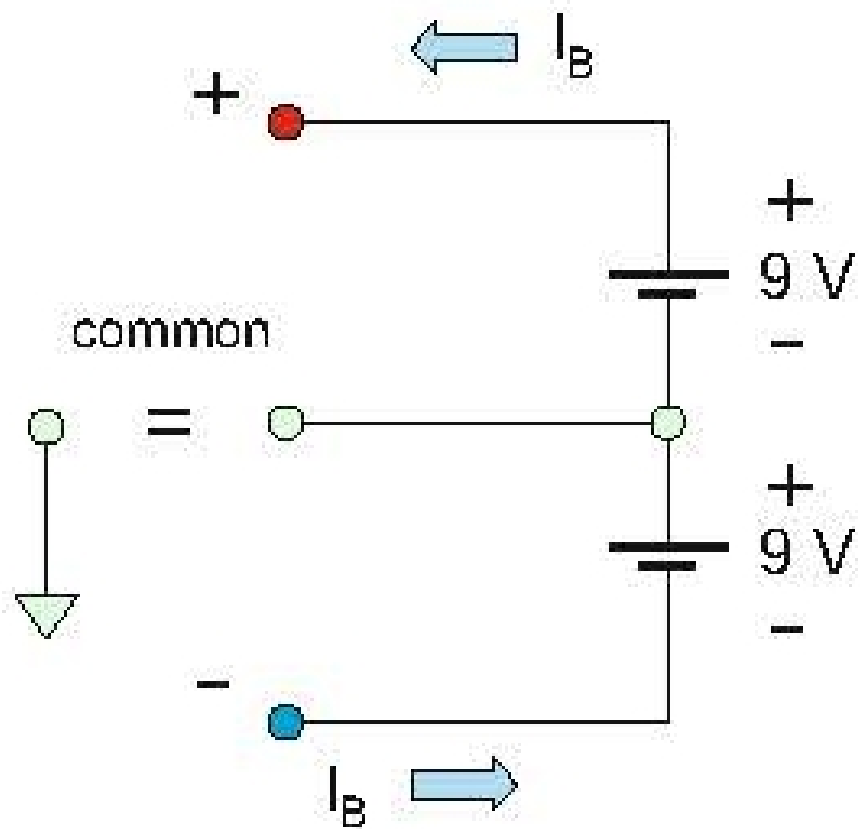


- KVLから、 $-V + 9 + 9 = 0$ が成立するので、次式が成り立つ。

$$V = 18.$$

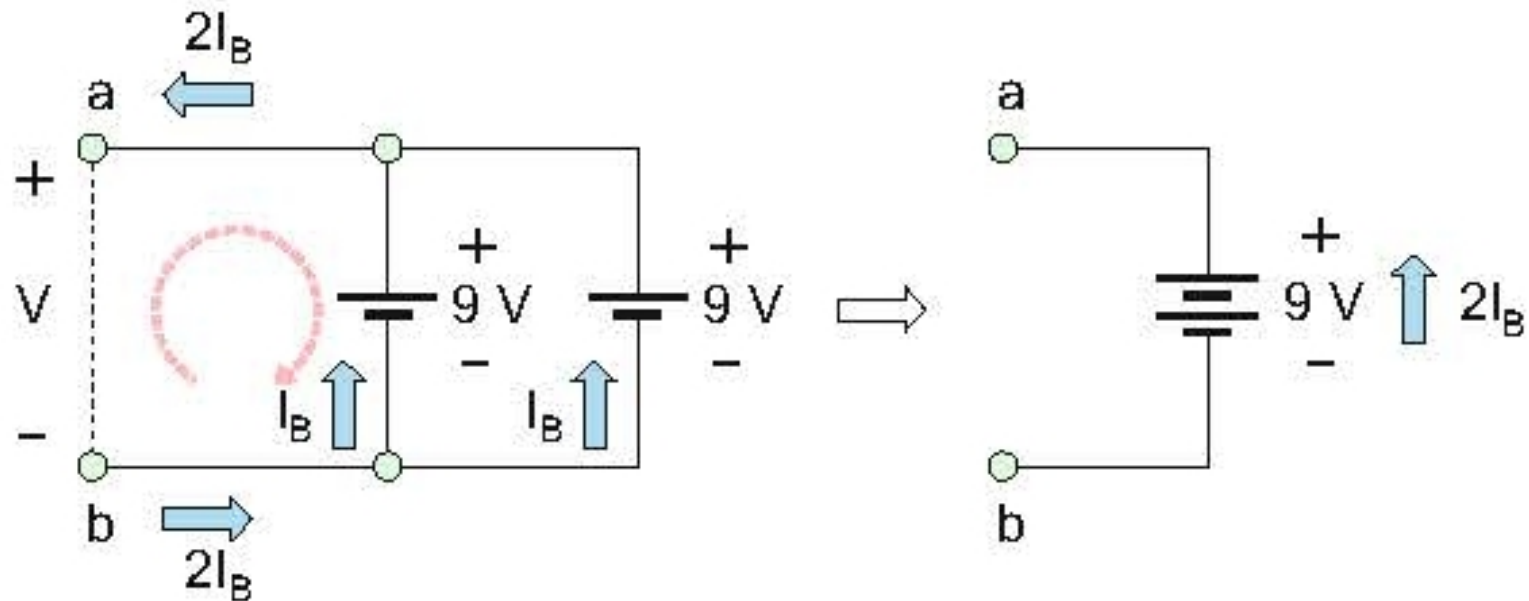
- KCLから、2つの電池に流れる電流は等しい。

# 両極電圧電源



- 両極性電源
- 回路の仮想接地点または，共通接地点がある。

## 並列接続バッテリーバンク



- KVLから  $V = 9$  が成立する。
- KCLから、負荷電流は  $2I_B$  となる。
- 並列接続のバッテリーバンクは、一つのバッテリーと同じ電圧を供給するが、電流の強度は2倍になる。

## 直列 vs. 並列接続

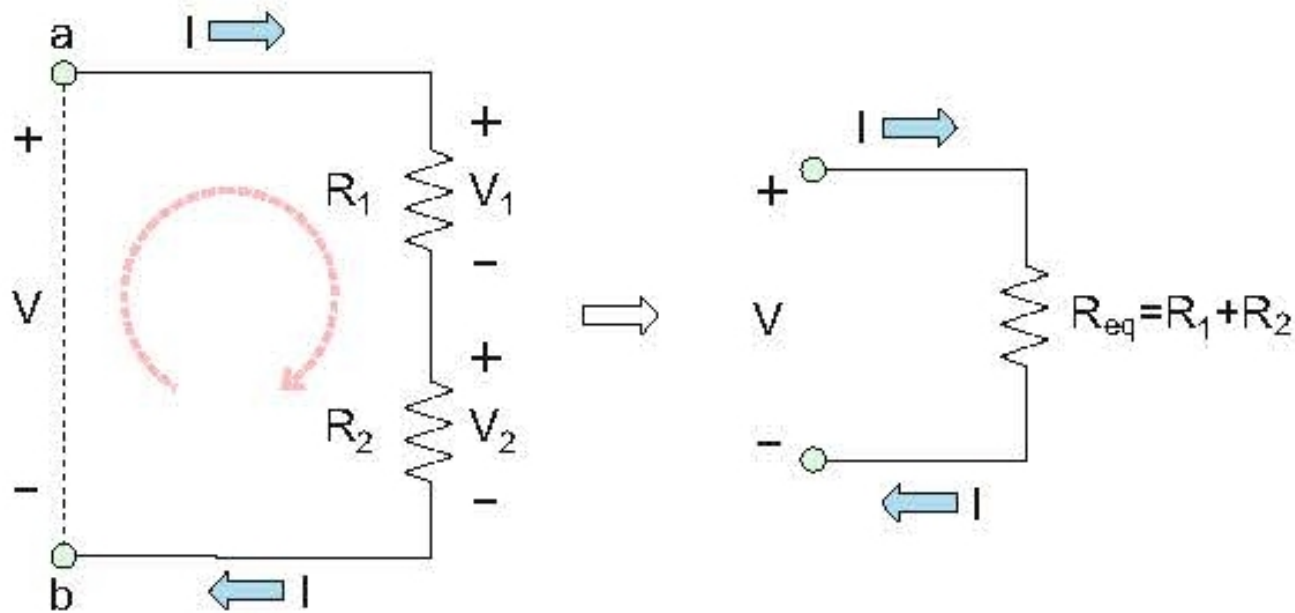
- 電力定格は同じである。
- 内部抵抗が直列接続では 2 倍，並列接続では半分になる。)

## 電流源の組み合わせ

- 電流源の組み合わせも同様に考えられる。

### 3.2.2 抵抗の直列接続と並列接続

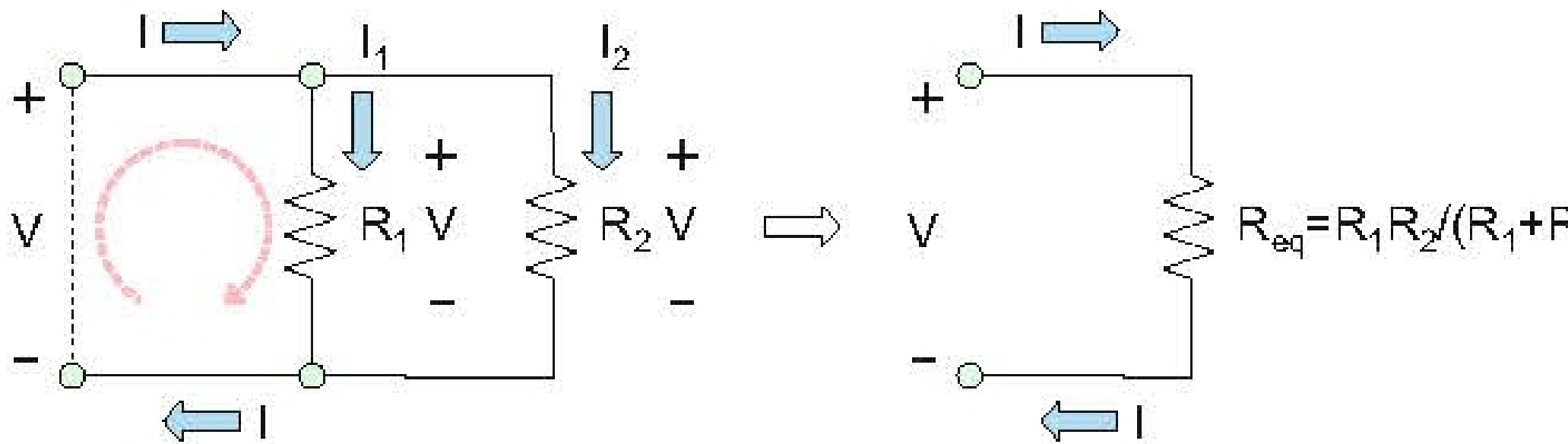
#### 直列接続



- $V = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I$
- $R = R_1 + R_2$
- $\frac{1}{G} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2}$



## 並列接續



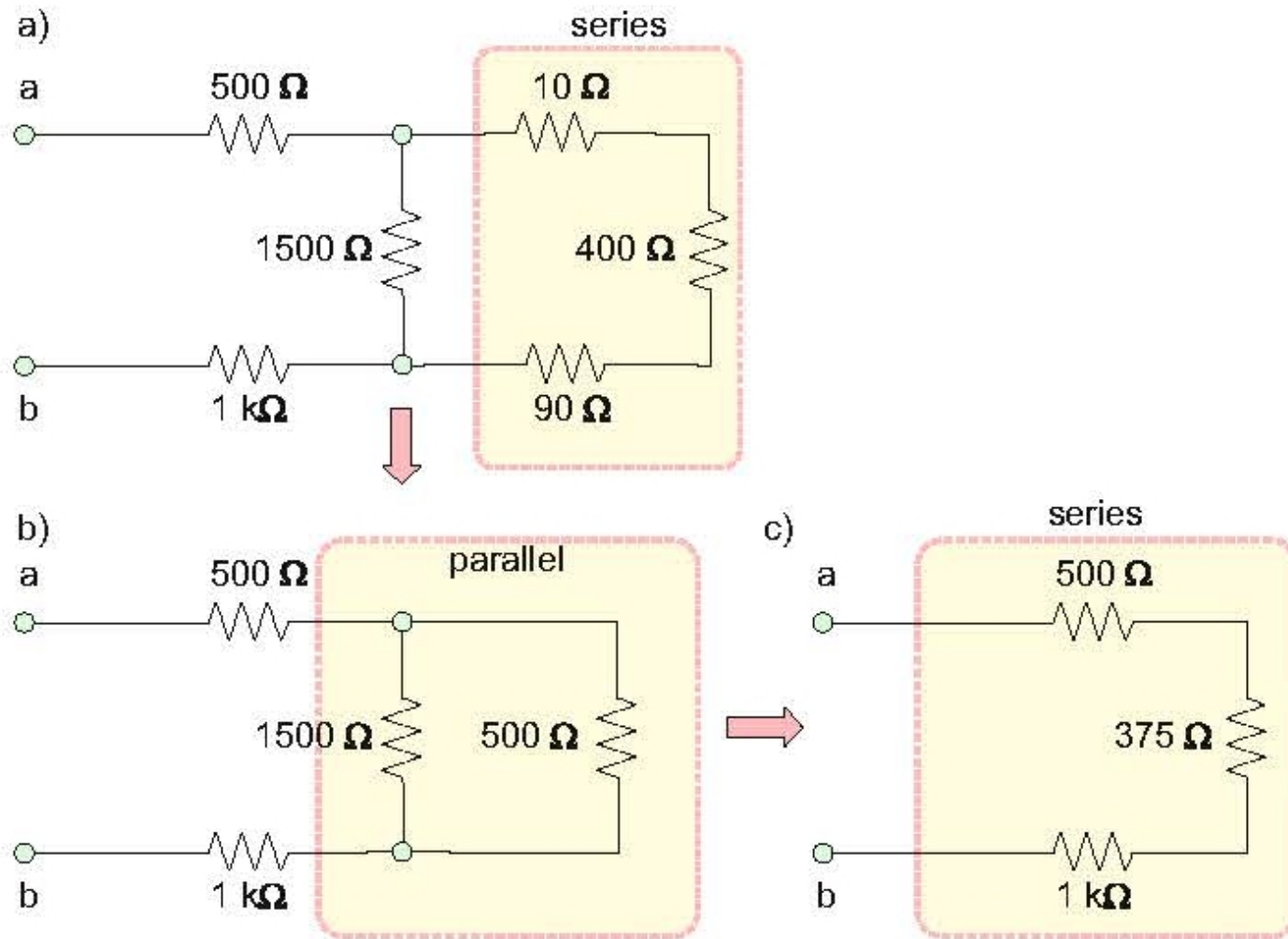
- $I = G_1 V + G_2 V = (G_1 + G_2)V$
- $G = G_1 + G_2$
- $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

## 等価回路素子の意味

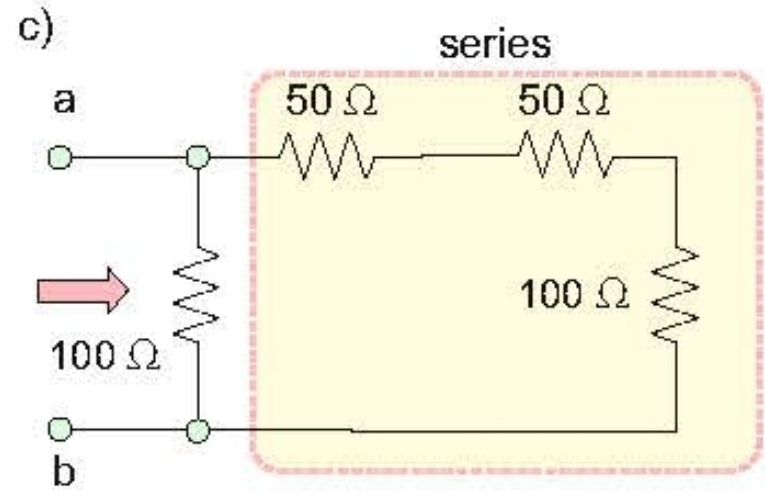
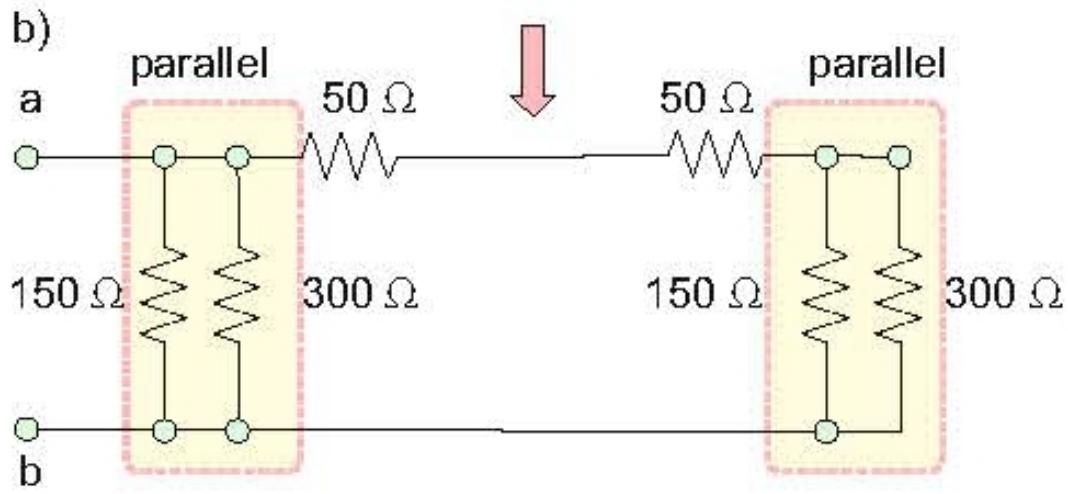
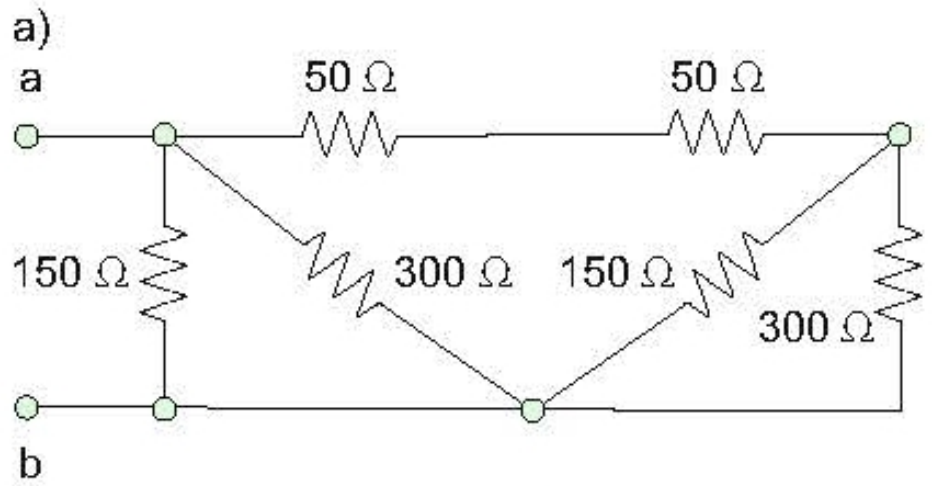
- 等価な回路素子は、その  $v-i$  特性が、元の回路の 2 端子における  $v-i$  特性と同じものをいう。

### 3.2.3 抵抗回路の簡単化

- 直列／並列接続の等価性を一つずつ使う。
- 移動，分割，ノードの削減を行う。
- 流体力学のアナロジーは助けるになる。



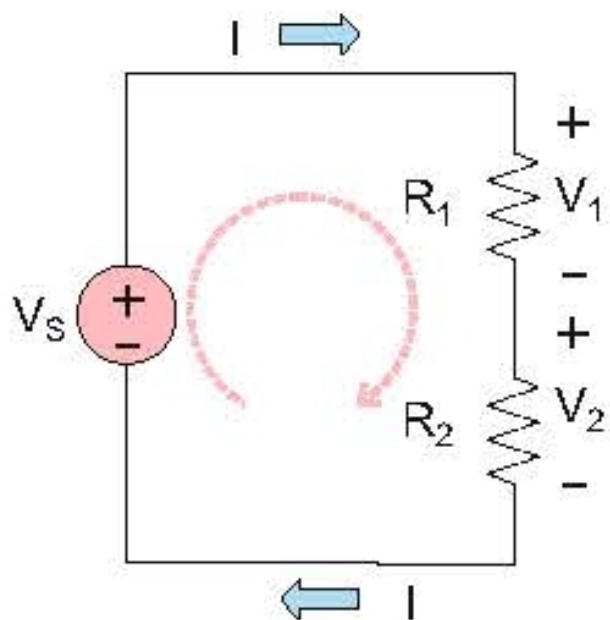
简单化の例

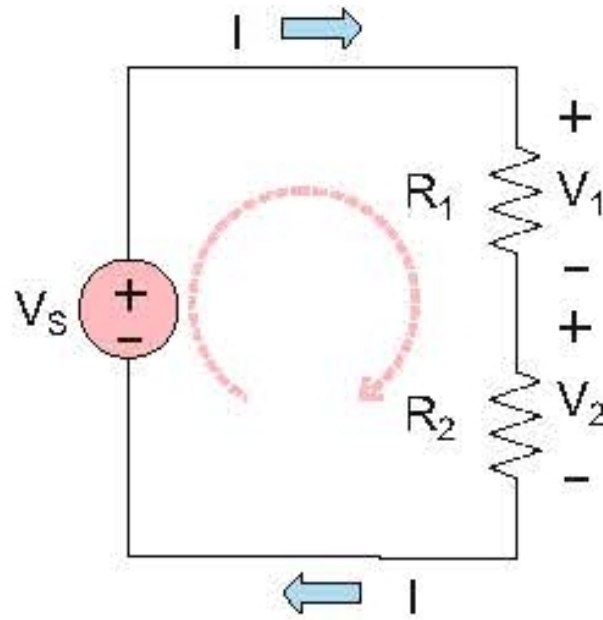


简单化の例

### 3.2.4 分圧回路

- 分圧回路の目的は、電源電圧と異なる電圧を供給することである。
- 分圧回路の考え方は、センサー回路，アクチュエータ回路，バイアス回路に使われる。
- (トランジスタ) 増幅器の入出力ポートは原理的に分圧回路である。





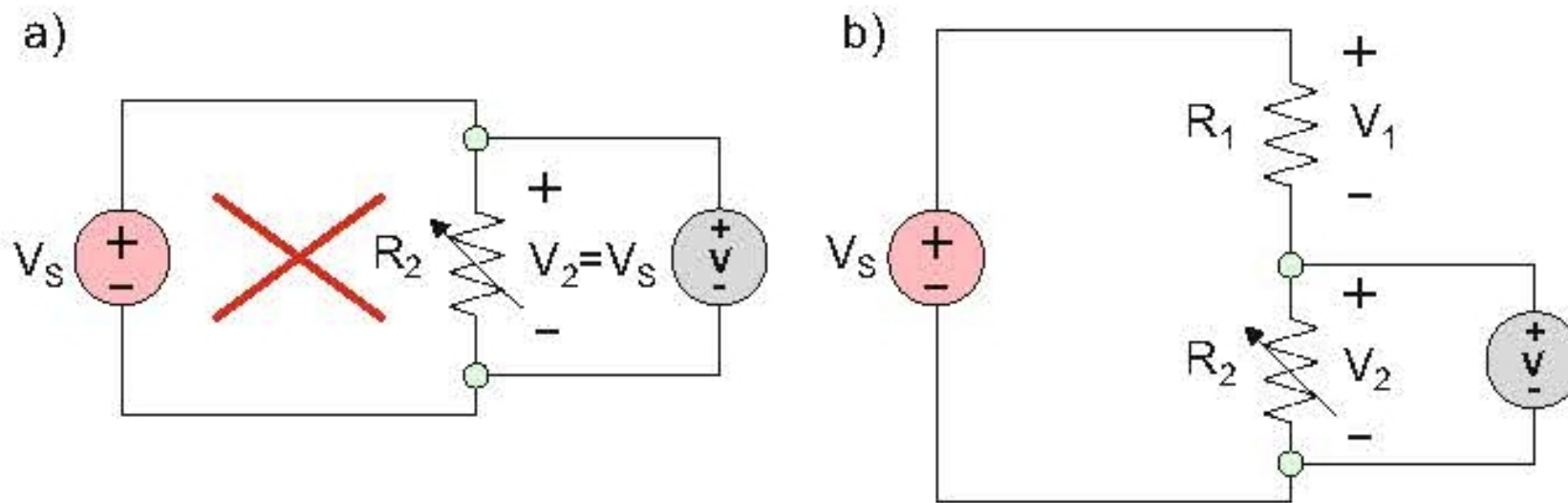
- $V_1 = R_1 I, V_2 = R_2 I.$
- KVL :  $-V_S + V_1 + V_2 = 0 \Rightarrow V_S = V_1 + V_2 = (R_1 + R_2)I$

$$I = \frac{V_S}{R_1 + R_2}$$

- 分圧電圧 :

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_S, \quad V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_S$$

### 3.2.5 応用例：センサー回路の分圧



- 出力電圧：

$$V_2 = V_2(x) = \frac{R_2(x)}{R_1 + R_2(x)} V_S$$

- 感度  $S$ ：

$$S = \frac{V_2(x_1) - V_2(x_2)}{x_2 - x_1}$$

## 最大感度のセンサー回路の設計

- $R_1$  を変えることによって，感度を最大化したい。
- $t = R_1$  : 変数。  $R' = R_2(x_1)$ ,  $R'' = R_2(x_2)$

$$S = \frac{V_S}{x_2 - x_1} \left( \frac{R'}{t + R'} - \frac{R''}{t + R''} \right)$$

- $S = V_S S_0 f(t)$  :

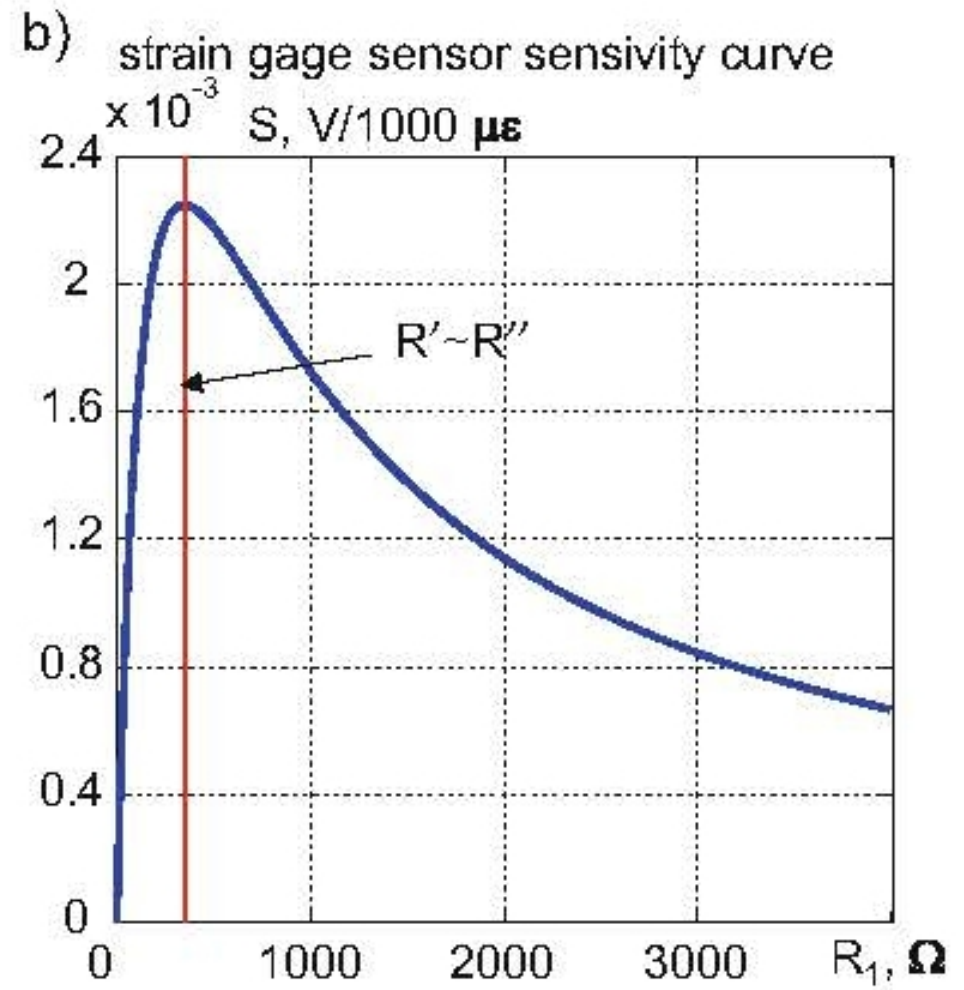
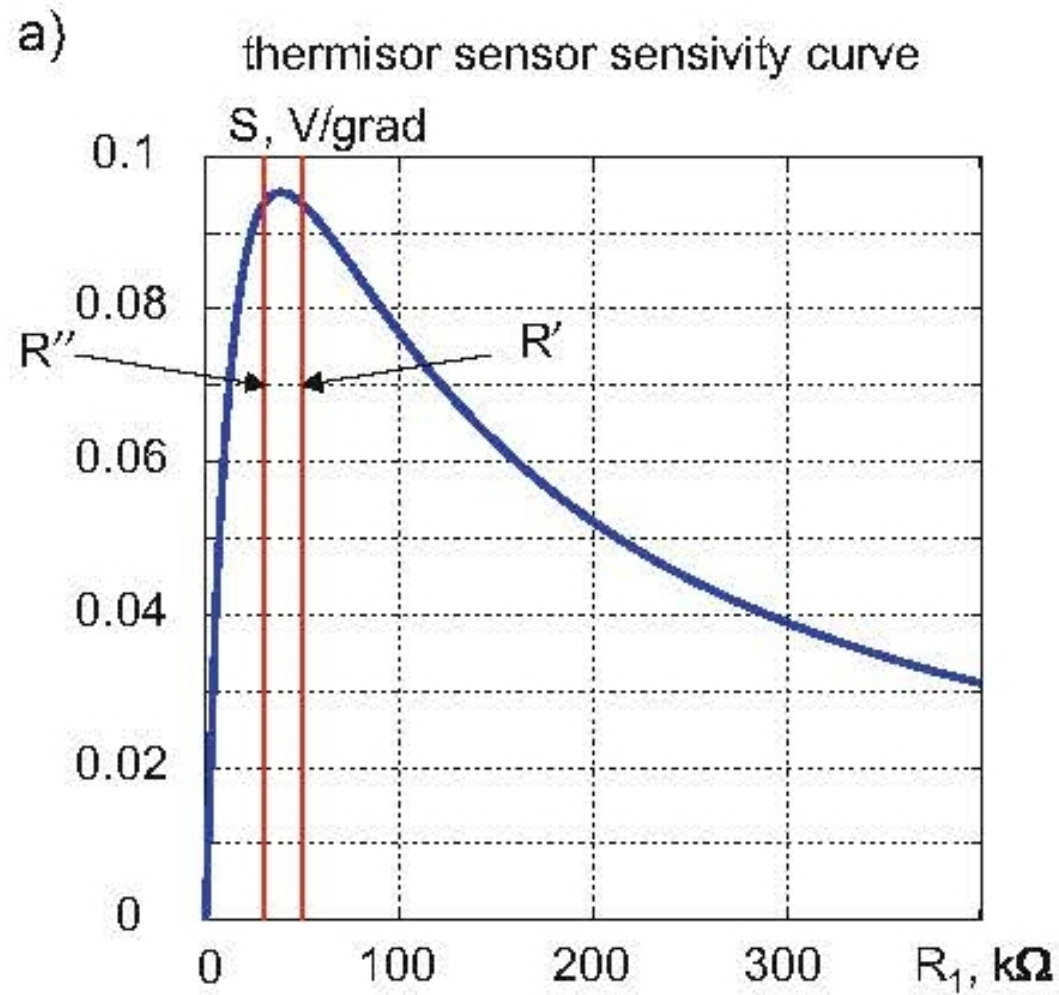
$$S_0 = \frac{R' - R''}{x_2 - x_1}, \quad f(t) = \frac{t}{(t + R')(t + R'')}$$

- $f(t)$  を微分する。

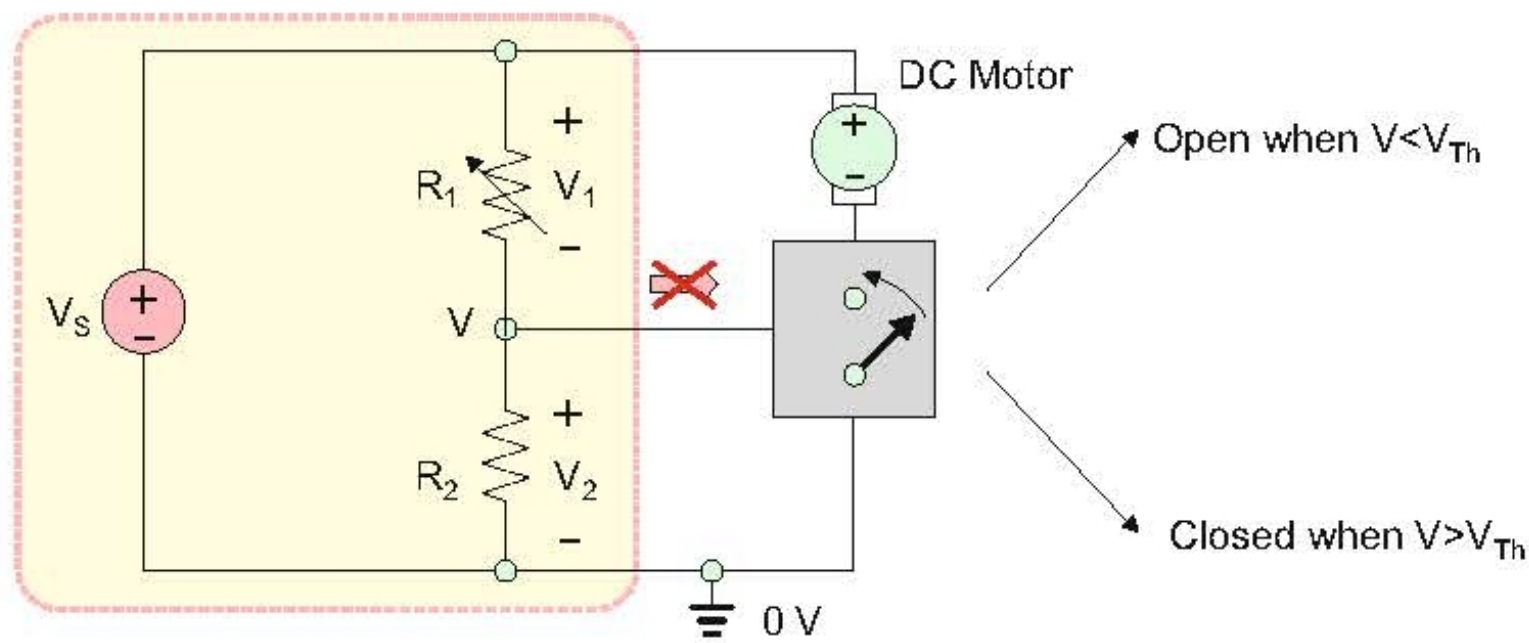
$$f'(t) = \frac{R'R'' - t^2}{(t + R')^2(t + R'')^2}$$

- 感度最大  $\Leftrightarrow R_1 = t = \sqrt{R'R''}$





### 3.2.6 応用例：アクチュエーター回路のための分圧回路

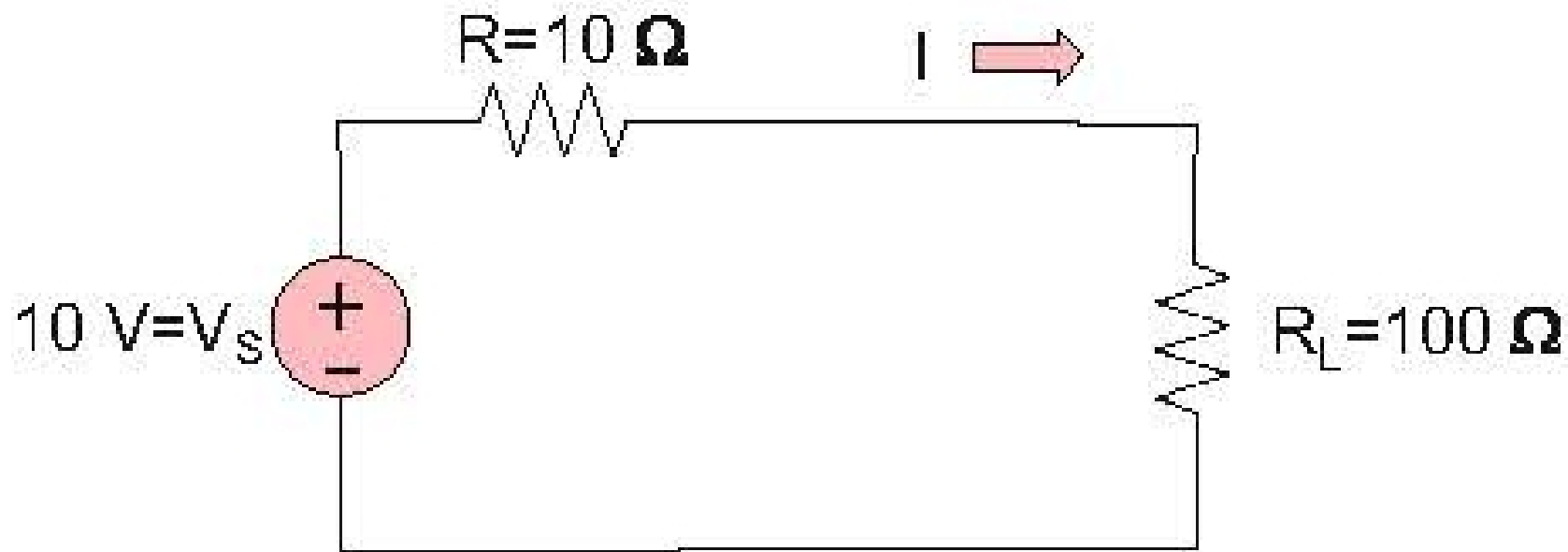


- 例えば  $R_1$  が温度  $x$  に依存するとする。

$$V(x) = \frac{R_2}{R_1(x) + R_2} V_S$$

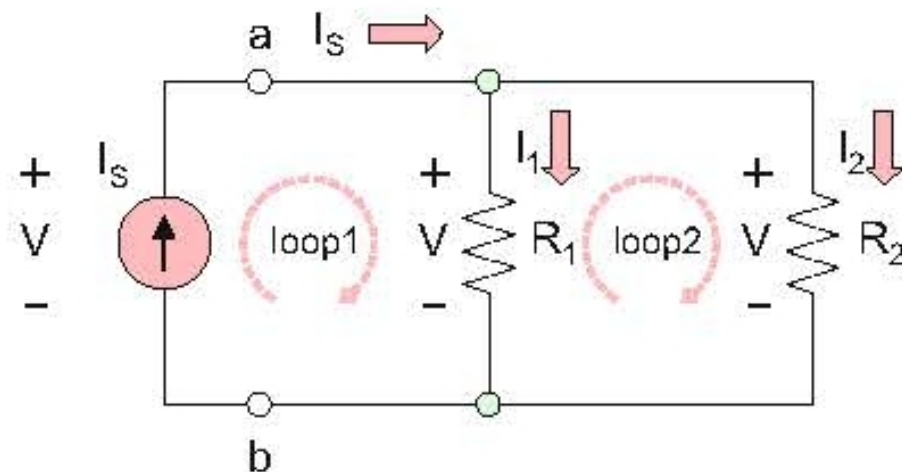
- もし  $x$  が増加すると,  $R_1(x)$  が減少して  $V(x)$  が増加し, ファンが回転を始める。

### 3.2.7 電流制限器



- もし回路が短絡しても，電流が  $V_S/R$  に制限される。
- 電流制限器がなければ，電圧源が壊れてしまうかもしれない。

### 3.2.8 分流器



- $I_S = I_1 + I_2 = V/R_1 + V/R_2$ 。

$$V = \frac{I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_S$$

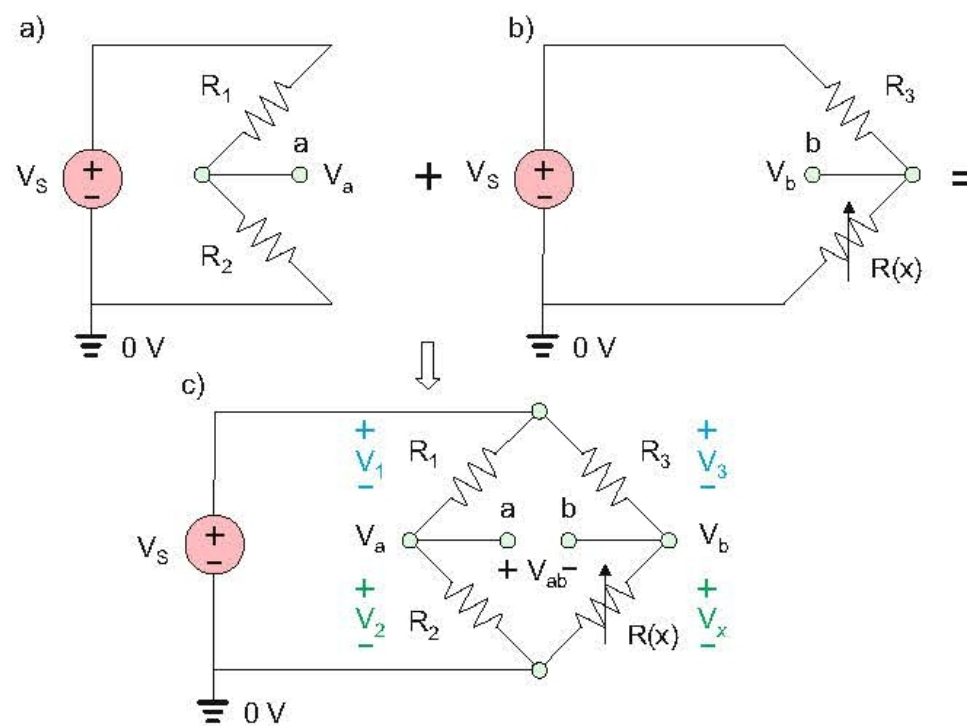
- 電流が次のように分流される。

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_S, \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_S$$

- 抵抗が大きくなると電流が減少する。抵抗が小さくなると電流が大きくなる。

### 3.2.9 ホイートストーンブリッジ

- The **(Wheatstone bridge)** は、イギリスの科学者・数学者の Samuel Christie (1784-1865) によって発明された。
- それは、Sir Charles Wheat-stone によって、1843年に抵抗を測るために利用された。
- $R_4(x)$  を、 $V_{ab} = V_a - V_b$  によって測ることができる。



## ホイーストーンブリッジの一般モデル

- 出力：

$$V_{ab} = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4(x)} \right)$$

- 感度は同じであるが，オフセットを減らすことができる。S
- $R_4(x) = (350 \pm 0.35) \Omega$  ( $\pm 0.1\%$ ). とする。
- $R_1 = R_2 = R_3 = 350 \Omega$  とし，
- $V_S = 10 \text{ V}$  とすると，以下の関係が成立する。
- $V_b = (5 \pm 0.0025) \text{ V}$
- $V_{ab} = \pm 0.0025 \text{ V}$

## 3.3 重ね合わせの原理と使い方

### 3.3.1 線形回路と非線形回路

#### 線形回路

- 重ね合わせの原理は線形回路だけで有効である。
- 全ての線形回路は、等質性と加法性の性質を持っている。
- $x$  を入力パラメータとする。
- $f(x)$  を回路の特性を表す出力パラメータとする。
- 線型性は次式で定義される。

$$f(ax_1 + bx_2) = af(x_1) + bf(x_2).$$

- 線形回路素子だけから構成されている回路は線形である。
  - 抵抗
  - キャパシタンス ( $v - i$  特性は時間依存であるが線形である。)
  - インダクタンス ( $v - i$  特性は時間依存であるが線形である。)
- 電圧源／電流源は線形回路の入力と考えることができる。

- 電圧源 (独立または線形従属)  
電圧が 0 の電圧源は短絡回路と考えることができる。
- 電流源 (独立または線形従属)  
電流が 0 の電流源は開放回路と考えることができる。



## 非線形回路と回路の線形化

- 非線形回路は非線形回路素子を含んでいる。
- この場合は，重ね合わせの原理は成立しない。
- 回路の線形化：

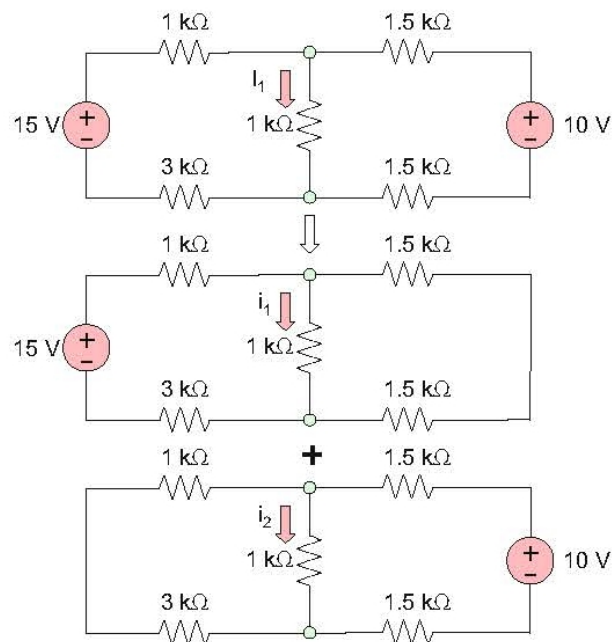
$$V(I) = V(I_0) + \left. \frac{dV}{dI} \right|_{I=I_0} (I - I_0) + \dots$$

- $V_0 = V(I_0)$  と  $I_0$  は定数と考える。
- $(V - V_0)$  と  $(I - I_0)$  は線形と近似できる。
- 動的または **小信号** 抵抗  $r$  を考えることができる。

$$(V - V_0) \simeq r(I - I_0).$$

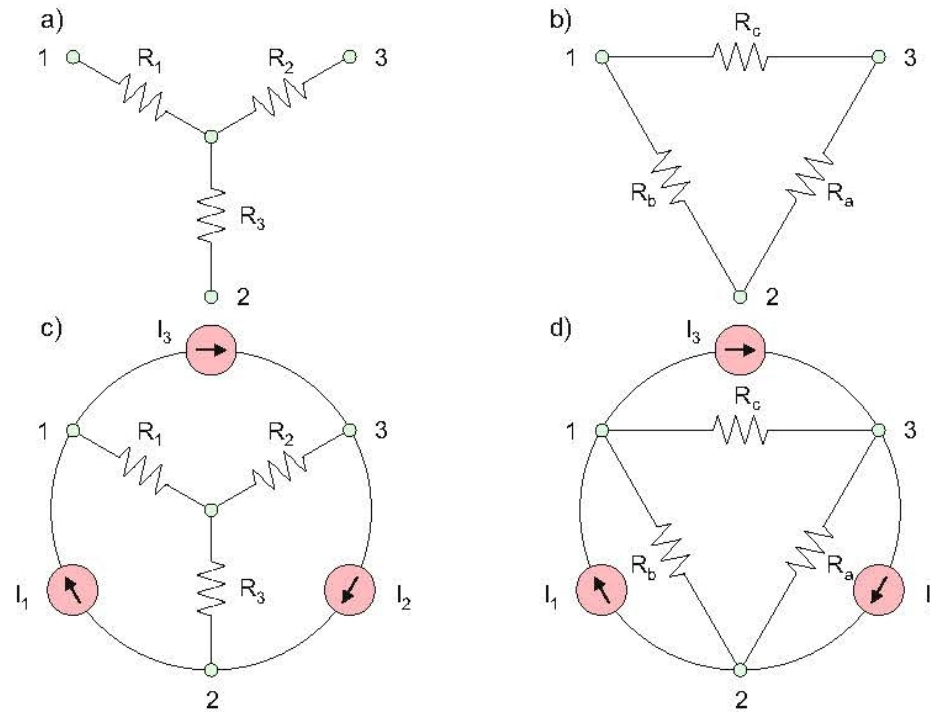
- **小信号** に関しては重ね合わせの原理が成立する。

### 3.3.2 重ね合わせの定理または重ね合わせの原理



- 複数の電圧源や電流源が存在する場合に，回路のある値（電圧または電流）を求めたいとする。
- 1つの電源を選ぶ。その他の電源は電圧源は短絡回路，電流源は開放回路に置き換える。そして，この変形した回路に関してその値を計算する。
- この処理を一つずつ全ての電源を選んで繰り返す。
- 答えはそれらの値の和で求まる。

### 3.3.3 Y (ワイ) 結線 と $\Delta$ (デルタ) 結線：重ね合わせの利用



- これらは3端子回路である。
- 重要な応用：
  - － 三相交流電力回路
  - － フィルター回路
  - － 高周波回路でのインピーダンスマッチング。

## Y 結線と $\Delta$ 結線の変換

- 重ね合わせの原理を使えば、2つの回路は以下のように抵抗を選べば等価になる。

$$R_3 + R_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c + R_a}}$$

$$R_1 + R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_a + R_b}}$$

$$R_2 + R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b + R_c}}$$

- $\Delta$  結線から Y 結線への変換 ( $\Delta$ -Y 変換) :

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

- Y結線から $\Delta$ 結線への変換 (Y- $\Delta$ 変換) :

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

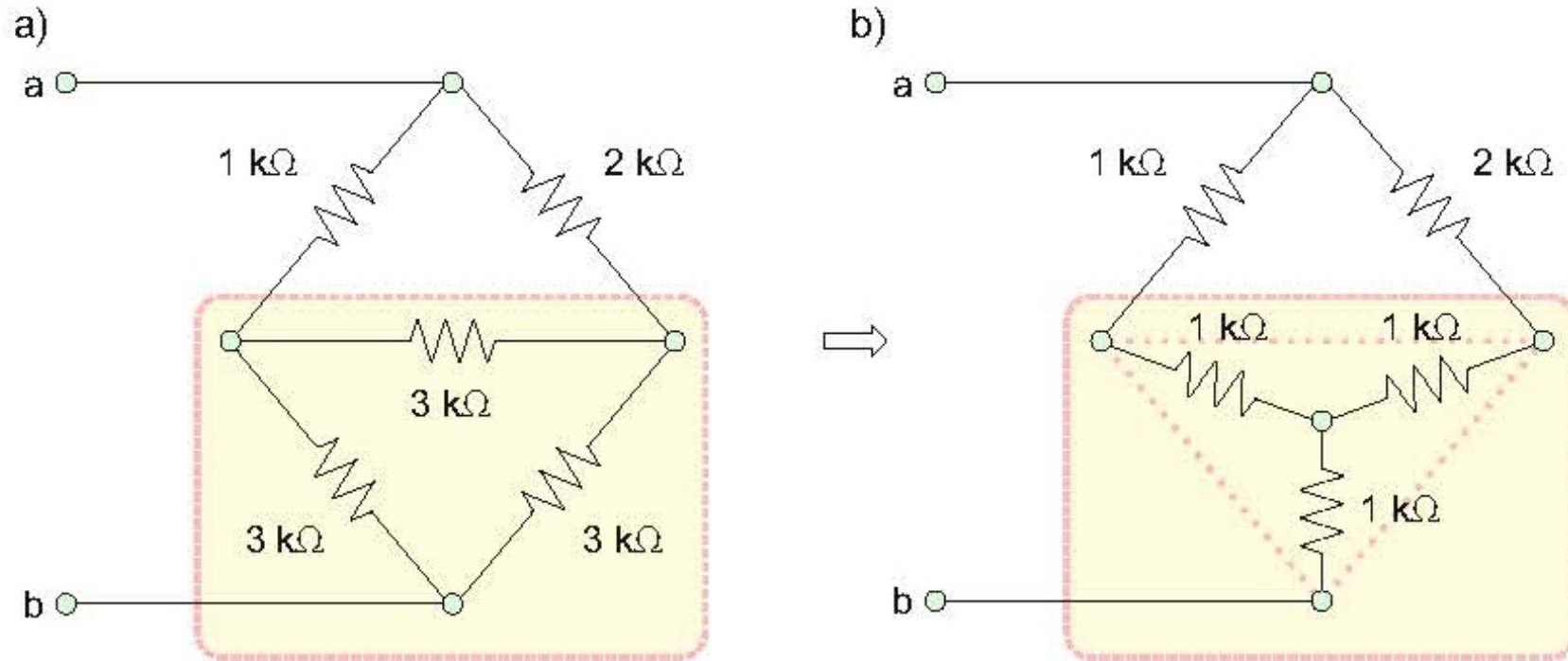
バランスしたY結線とバランスした $\Delta$ 結線

- バランスしたY結線 :  $R_1 = R_2 = R_3 (= R_Y)$
- バランスした $\Delta$ 結線 :  $R_a = R_b = R_c (= R_\Delta)$

- 変換

$$R_{\Delta} = \frac{R_Y}{3}$$
$$R_Y = 3R_{\Delta}$$

# 例： $\Delta - Y$ 変換を使った回路の簡単化



### 3.3.4 T and $\Pi$ Networks: Two-Port Networks

- 2端子対回路または2端子対回路ブロック
- 一つのポートは2つの端子からなる。
- Y -  $\Delta$ 変換を使って，T型回路は $\Pi$ 型回路に変換できる。
- 反対も同様である。

### 3.3.5 重ね合わせの定理の一般的な特性

- 重ね合わせの定理は，2端子対回路ばかりでなく，様々な多数の端子対の回路を解析することができる。
  - センサーアレイ
  - アンテナアレイ
  - 多入力多出力，(MIMO, マイモ) 通信システム
  - 核磁気共鳴画像法のコイル



## 4 回路解析と電力輸送

### 4.1 節点解析と網目解析

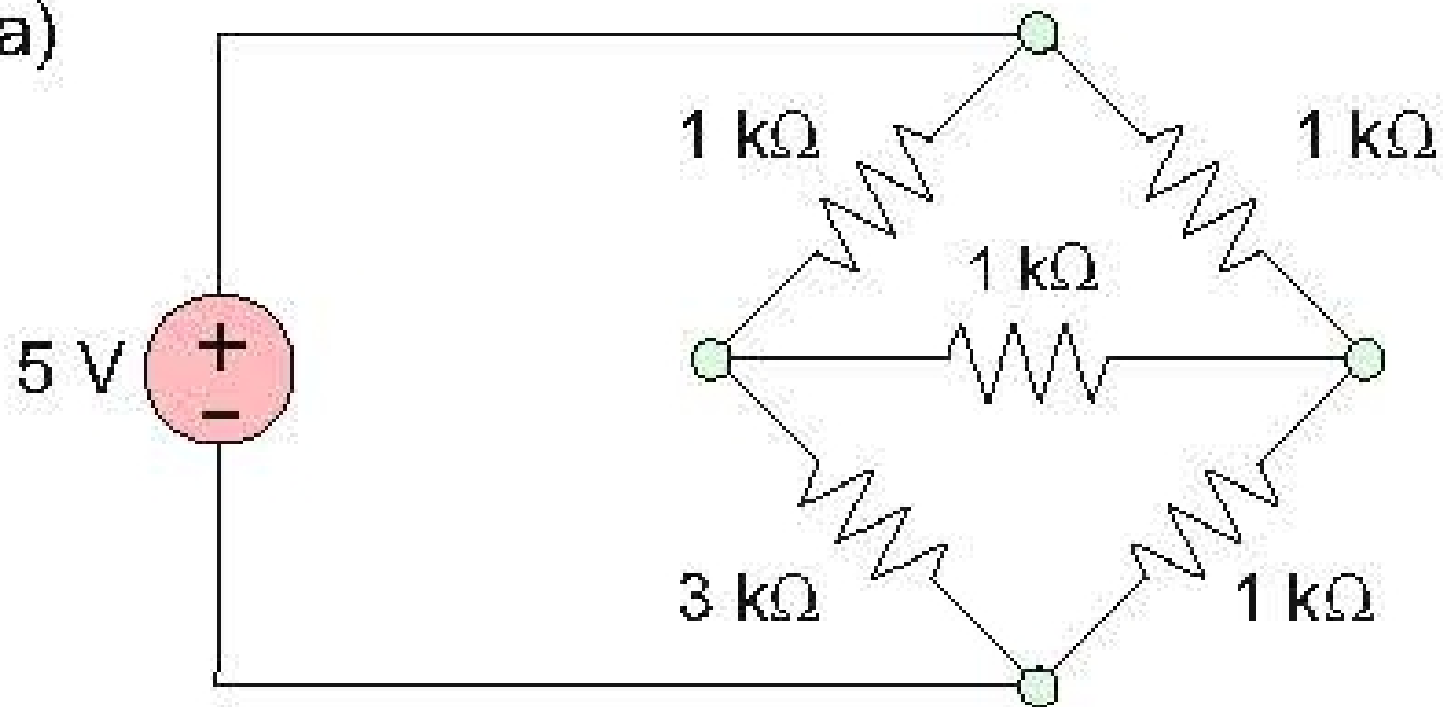
#### 4.1.1 回路シミュレータの重要性

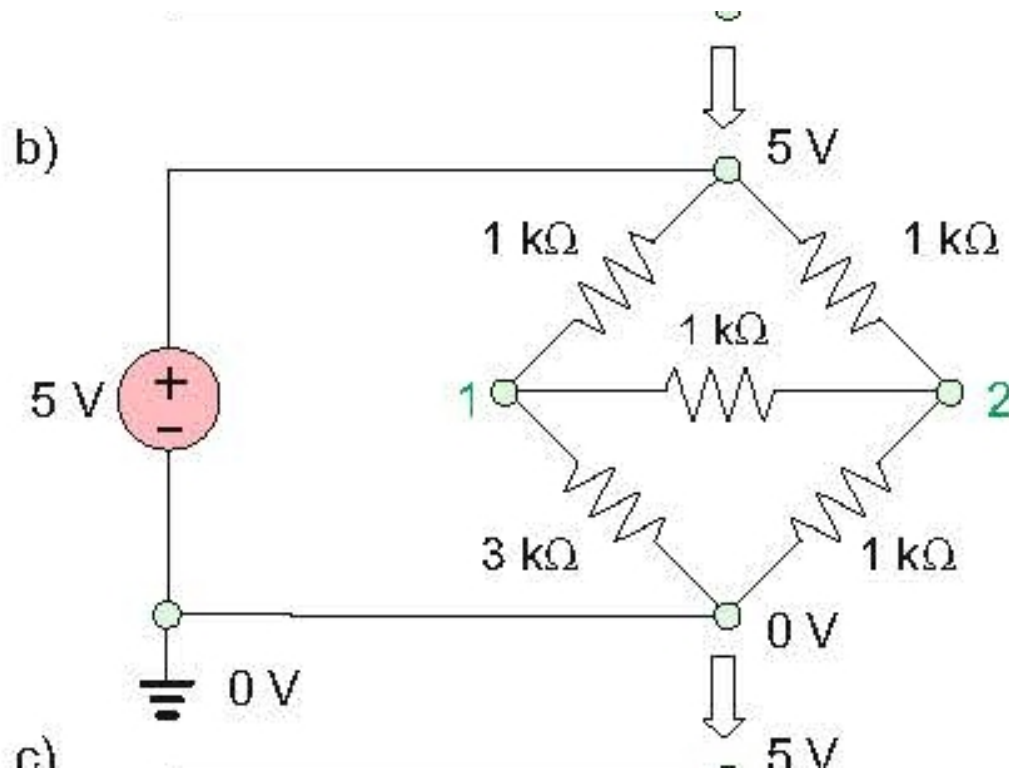
- 複雑な回路，非線形素子を持つ回路，時間領域で回路の回路解析をする場合，コンピュータによる回路解析は重要である。
- **SPICE** (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) は，Electronics Research Laboratory at the University of California, Berkeley で開発され，1973年に発表された。
- **節点解析と網目解析(網目電流解析)** の説明をする。それらは，回路シミュレータの重要な特性である。
- 節点解析と網目解析の純粋な形は，時間領域の方法ではない。
- 初歩的には線形回路にだけ扱うことができる。

#### 4.1.2 線形回路の節点解析

1. **接地基準電位が最初に定める必要がある**：電圧を 0 V とする節点である。端的には，電圧源の負端子を接地点とする。

a)

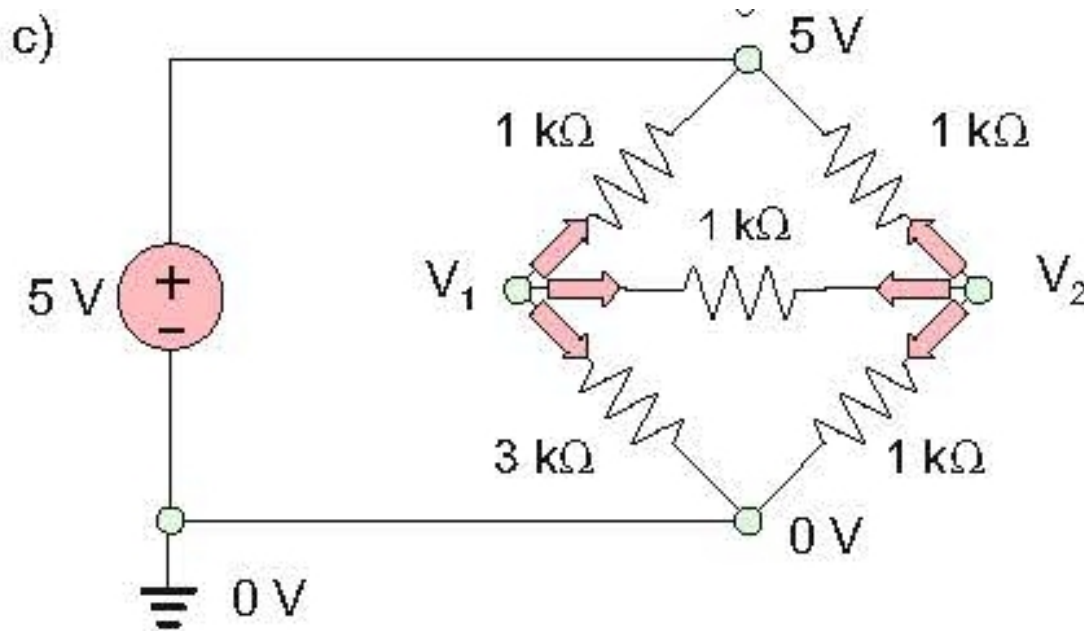




1. Select ground reference
2. Select and label *nontrivial* nodes

3. Label unknown node voltages
4. Label outflowing currents for each node

2. 自明でない節点を選ぶ。それは電圧がすぐに分からない節点である。この例の場合、節点1と節点2である。なぜならば、他の節点の電圧がすでに知られているからである。
3. 設置基準電位からの節点電圧を  $V_1$  や  $V_2$  のように記す。  
電圧は方程式の変数になる。



for each node

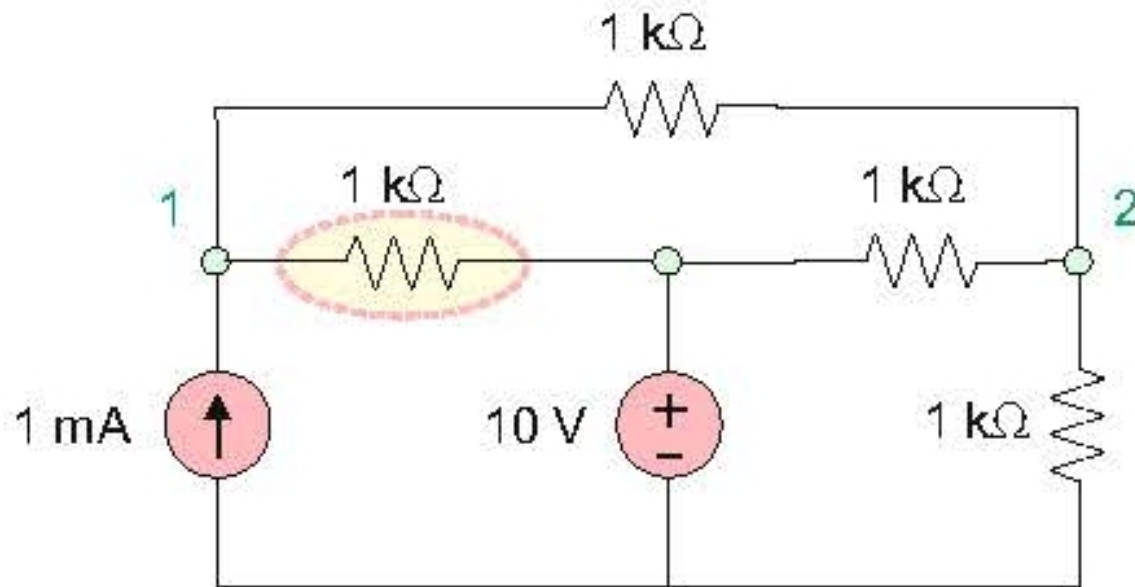
5. Write KCL for each node in terms of node voltages
6. Solve the resulting system of equations

4. 自明でない接点にラベルをつける。ノードの全ての電流の向きを流出か流入に固定する（どちらでも良いが全て同じにする）。
5. 節点電圧を使って、全ての電位差を表すことができるので、それぞれの電流はその電位差を使って表すことができる。  
**KCL**を、全ての接点に対して適用する。
6. KCLから導かれる連立方程式を解いて、接点電圧を得る。

$$\frac{V_1 - 5 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} + \frac{V_1 - 0 \text{ V}}{3 \text{ k}\Omega} + \frac{V_1 - V_2}{1 \text{ k}\Omega} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{V_2 - 5 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} + \frac{V_2 - 0 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} + \frac{V_2 - V_1}{1 \text{ k}\Omega} = 0 \quad (2)$$

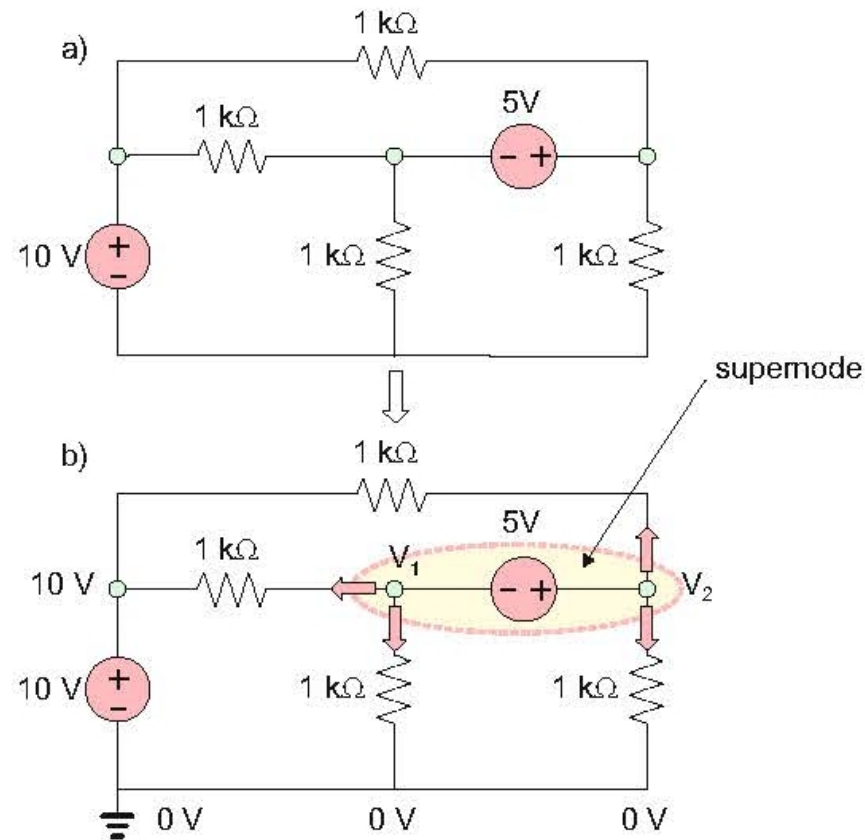
## 電流源のある回路

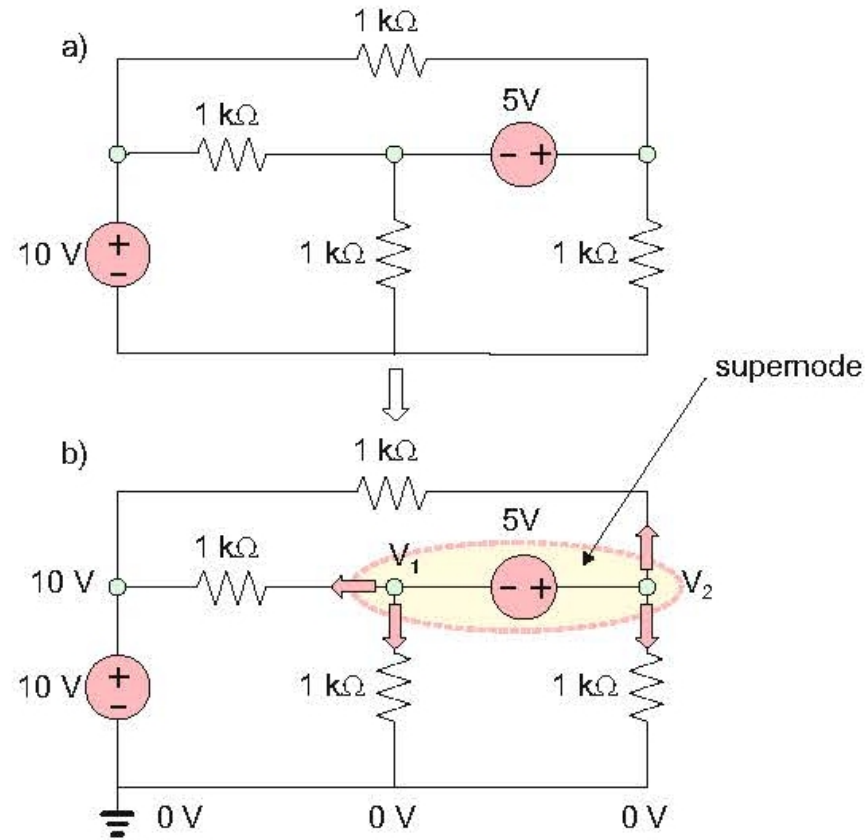


- 電流源に対して，変数としての接点電流が必要である。
- 電源電流はKCL.のために使われる。

### 4.1.3 超節点 (Supernode)

- 浮遊電源は，接地されていない電源のことである。
- 一つの浮遊電圧源に対して，一つの変数としての節点電圧を削除することができる。なぜならば，別の節点電圧に固定値を加算するだけだからである。





- 超節点での電位差：

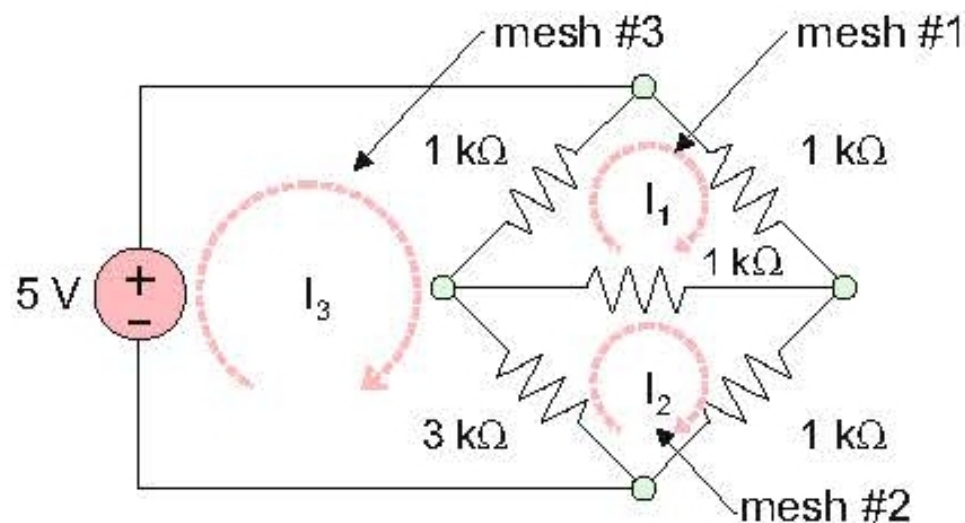
$$V_2 = V_1 + 5 \text{ V}$$

- 超節点でのKCL：

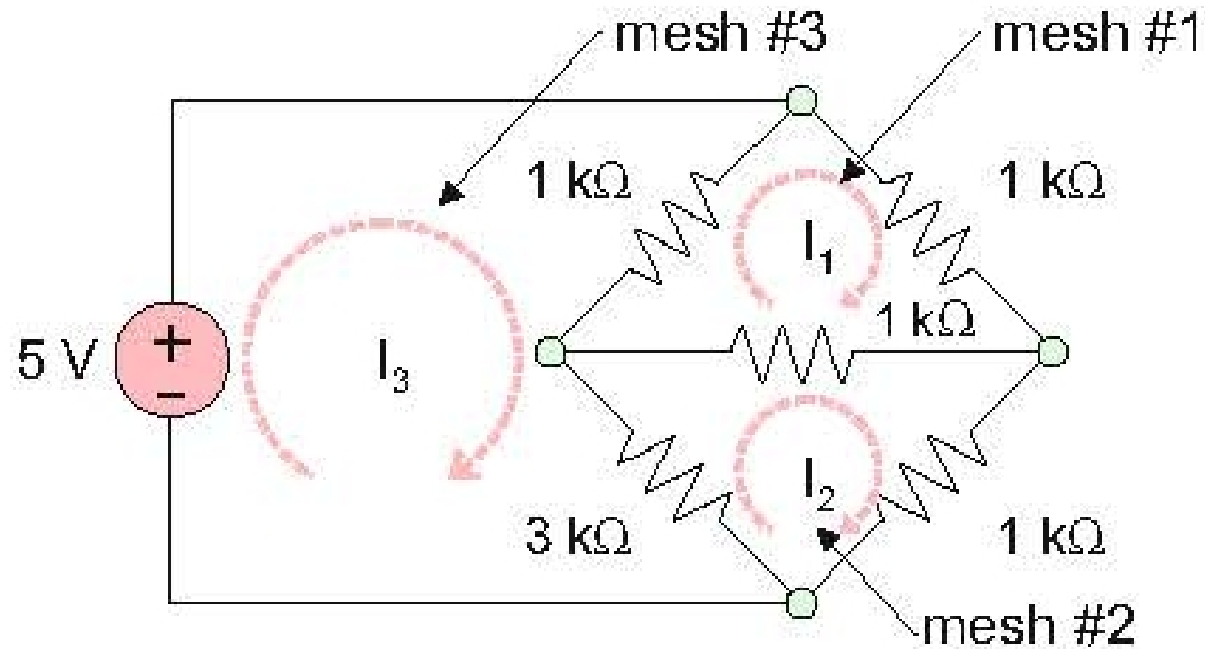
$$\frac{V_1 - 10 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} + \frac{V_1 - 0 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} + \frac{V_2 - 0 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} + \frac{V_2 - 10 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = 0$$

#### 4.1.4 線形回路の網目解析

- **網目解析** または網目電流解析では，ノードの代わりにループを使う。
  - 網目は自身以外のループを含まないループのことである。
  - **網目電流**が，それぞれの網目に定義できる。
  - それぞれの枝電流は，網目電流の加算または減算で定義できる。
  - 枝電流から，枝の電位差が計算できる。
- KVLをそれぞれの網目に適用する。





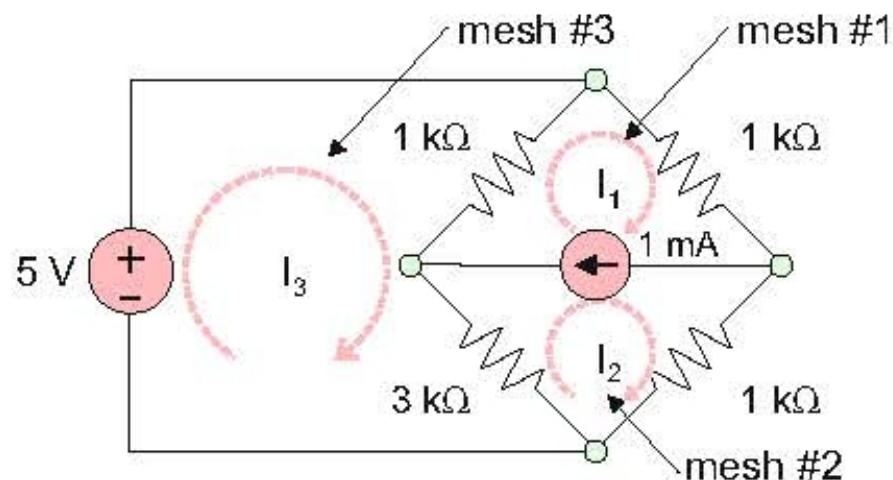


$$1 \text{ k}\Omega \cdot (I_1 - I_3) + 1 \text{ k}\Omega \cdot I_1 + 1 \text{ k}\Omega \cdot (I_1 - I_2) = 0 \text{ (Mesh 1)}$$

$$3 \text{ k}\Omega \cdot (I_2 - I_3) + 1 \text{ k}\Omega \cdot (I_2 - I_1) + 1 \text{ k}\Omega \cdot I_2 = 0 \text{ (Mesh 2)}$$

$$-5 \text{ V} + 1 \text{ k}\Omega \cdot (I_3 - I_1) + 3 \text{ k}\Omega \cdot (I_3 - I_2) = 0 \text{ (Mesh 3)}$$

## 4.1.5 超網目 (スーパーメッシュ)



- 電流源は超網目 (Mesh 1 + Mesh 2) を作る。
- 超網目での電流の差 (KCLではない) :

$$I_1 - I_2 = 1 \text{ mA}$$

- KVL :

$$1 \text{ k}\Omega \cdot (I_1 - I_3) + 1 \text{ k}\Omega \cdot I_1 + 3 \text{ k}\Omega \cdot (I_2 - I_3) + 1 \text{ k}\Omega \cdot I_2 = 0 \text{ (Supermesh)}$$

$$-5 \text{ V} + 1 \text{ k}\Omega \cdot (I_3 - I_1) + 3 \text{ k}\Omega \cdot (I_3 - I_2) = 0 \text{ (Mesh 3)}$$

## 4.2 発電機の定理

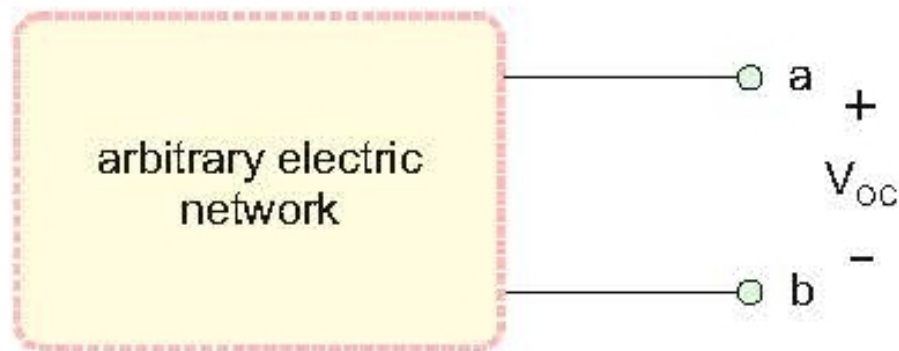
### 4.2.1 能動1端子対回路の等価性：回路短絡／開放の方法

- 3章では、抵抗だけの受動線形回路を考えた。
- そして、それらを等価回路に変換した。
- 電源と抵抗を同時に含む能動線形回路でも同様の変換が可能である。
- 2端子（1端子対）回路は、その端子対での  $v - i$  特性が同じならば等価であることを学んだ。
- 任意の抵抗  $R$  を接続した時、抵抗にかかる電圧が等しければ、2つの回路は等価である。（厳密には正しくない。）

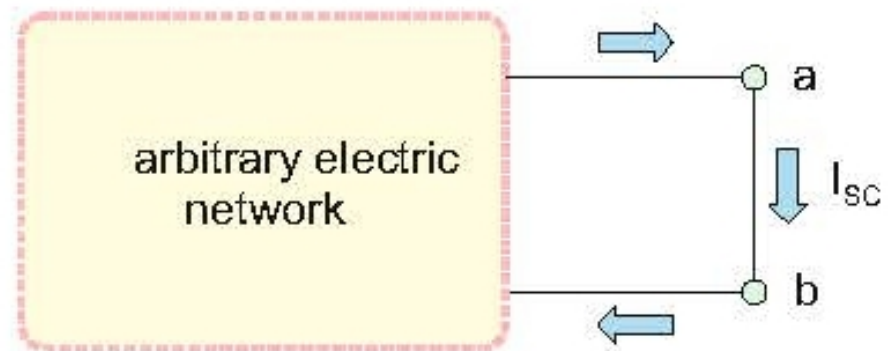
## 回路短絡／開放の方法

- 2つ特別な抵抗を選ぶ： $R \rightarrow \infty$ （開放回路条件）と $R = 0$ （短絡回路条件）
- $V_{OC}$ ：開放電圧
- $I_{SC}$ ：短絡電流

test of open-circuit voltage



test of short-circuit current



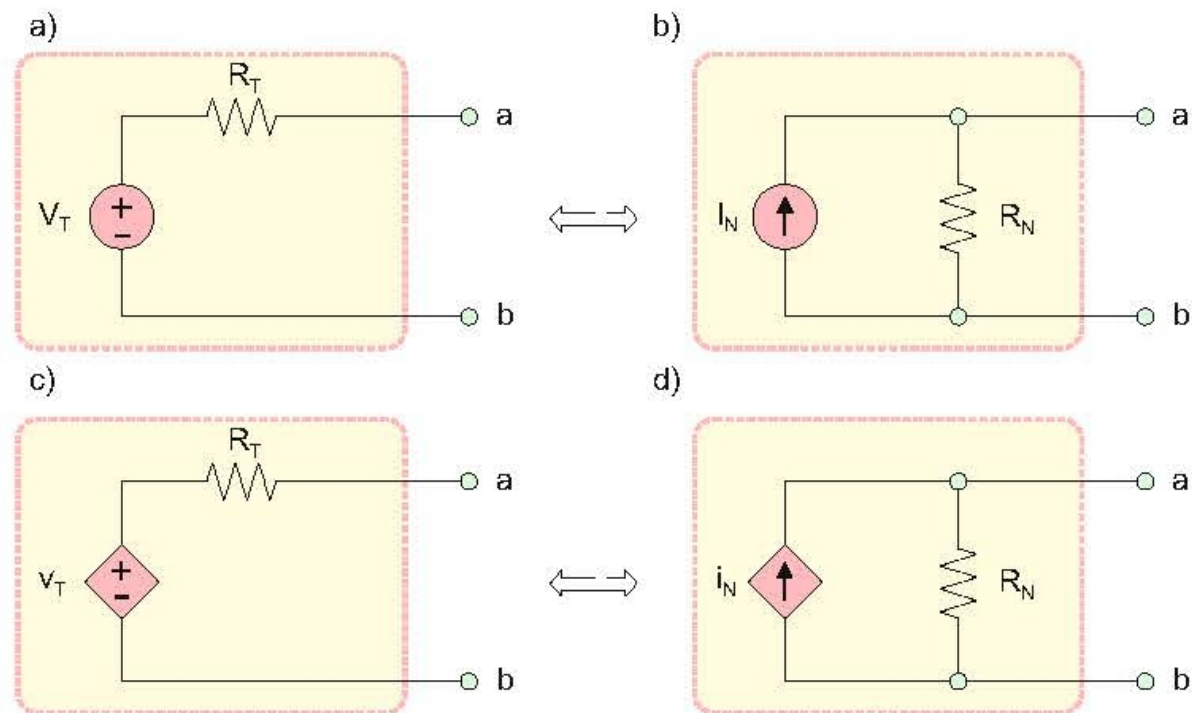
- 二つの能動線形回路は， $V_{OC}$ と $I_{SC}$ が一致すれば等価である。

## 4.2.2 応用例：太陽光パネルのデータの読み方と使い方

Solar panel	Cells, $N$	$V_{OC}/N$ , V	Cell area $A$ , $\text{cm}^2$	$J_P = I_{SC}/A$ $\text{A}/\text{cm}^2$
1-W BSPI-12 Power Up c-Si panel	36	0.59	2.36	0.030
10-W BSP-1012 Power Up c-Si panel	36	0.59	~22.0	0.030
65-W BSP-1012 Power Up c-Si panel	36	0.61	121.7	0.032
230-W Sharp ND-U230C1 c-Si panel	60	0.62	241.0	0.034
175-W BP Solar SX3175 c-Si panel	72	0.61	156.25	0.033
6-W Global Solar GSE-6 c-Si panel	44	0.52	16.6	0.027
200-W GE Energy GEPVp-200 c-Si panel	54	0.61	249.3	0.032
Average	NA	0.593	NA	0.0311

- 太陽光発電セルの  $V_{OC}$  と  $I_{SC}$  の実際の値  
( $A$  は面積,  $A$  は単位のアンペアを表す。)
- $T = 25^\circ\text{C}$  で, 光の強さは  $1000 \text{ W}/\text{m}^2$  である。

### 4.2.3 電源変換定理

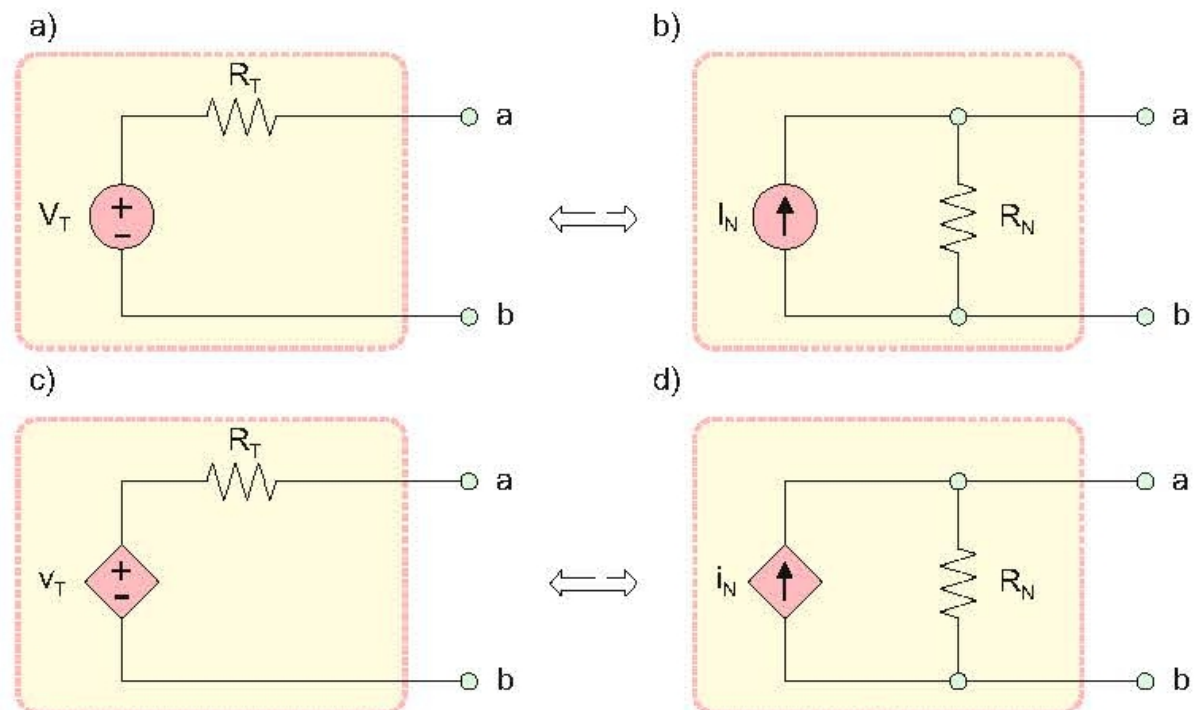


- $V_{OC}$  と  $I_{SC}$  が与えられたとする。
- 電圧源を使って：

$$V_{OC} = V_T, \quad I_{SC} = \frac{V_T}{R_T}.$$

- 電流源を使って：

$$V_{OC} = R_N I_N, \quad I_{SC} = I_N.$$

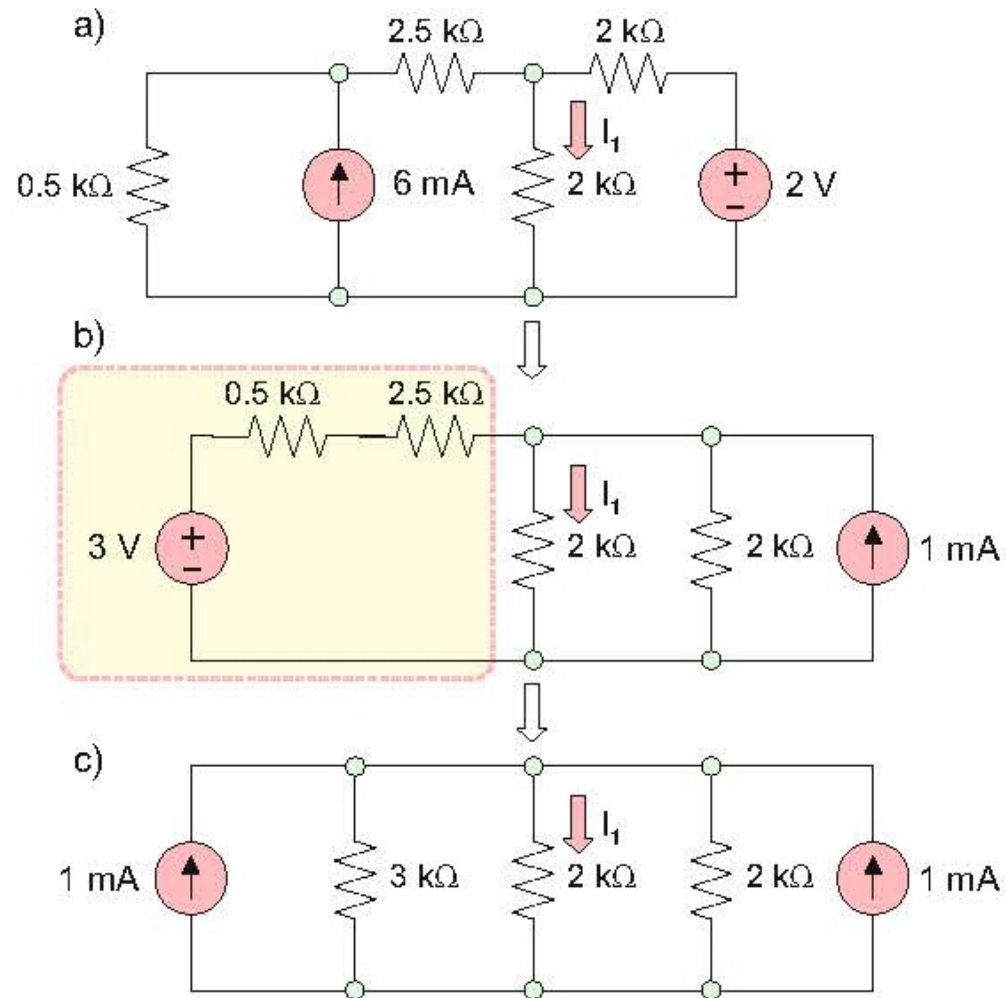


- 電圧源を電流源に変換：

$$R_N = R_T, \quad I_N = \frac{V_T}{R_T}.$$

- 電流源を電圧源に変換：

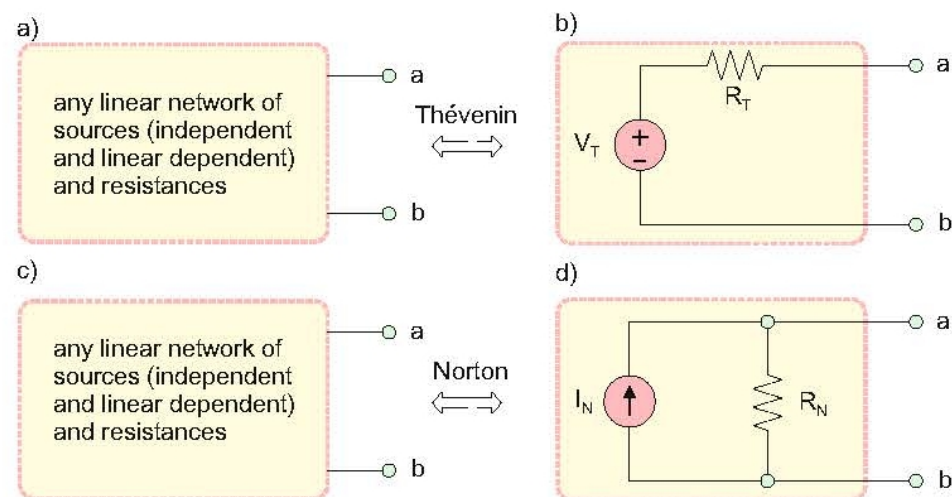
$$R_T = R_N, \quad V_T = R_N I_N.$$



- $V_T = 0.5\text{k}\Omega \cdot 6\text{ mA} = 3\text{ V}$
- $I_N = \frac{3\text{ V}}{3\text{k}\Omega} = 1\text{ mA}$



## 4.2.4 テブナン (Thévenin) の定理, ノートン (Norton) の定理 : 従属電源がない場合の証明



- **テブナンの定理** : 独立電圧源, 独立電流源, 従属線形電源と抵抗からなる任意の線形回路は, 電圧源  $V_T$  と直列に接続した抵抗  $R_T$  からなる等価回路と置き換えられる。
- **ノートンの定理** : 独立電圧源, 独立電流源, 従属線形電源と抵抗からなる任意の線形回路は, 電流源  $I_N$  と並列に接続した抵抗  $R_N$  からなる等価回路と置き換えられる。

- $V_T$  と  $R_T$ , または  $I_N$  と  $R_N$  は,  $V_{OC}$  と  $I_{SC}$  から得られる。
- $R_T = R_N$  は等価抵抗  $R_{eq}$  で, 全ての独立電源を OFF にした (電圧源を短絡回路で, 電流源を開放回路で置き換えて) 得られる。
- Léon Charles Thévenin : フランスの技術者 (1857–1926)
- Edward L. Norton : ニュージャージーのベル研の技術者 (1898–1983)

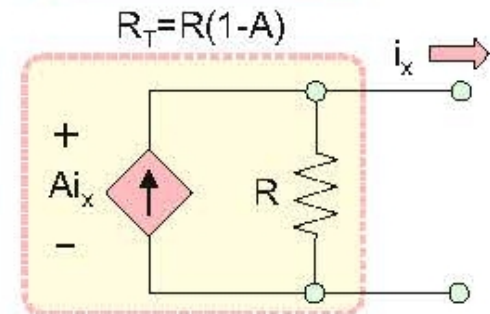
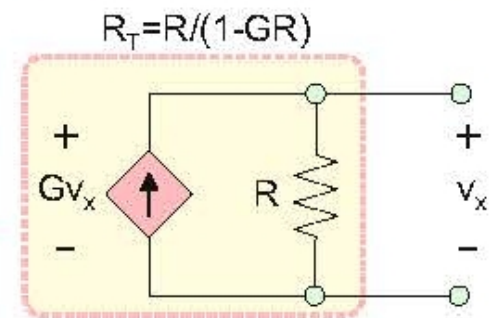
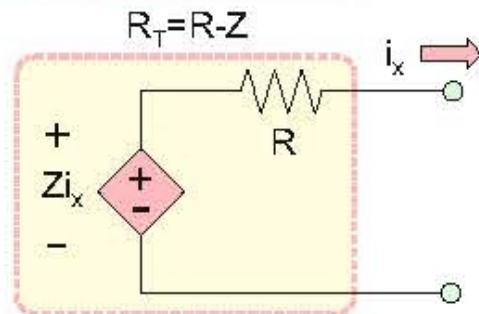
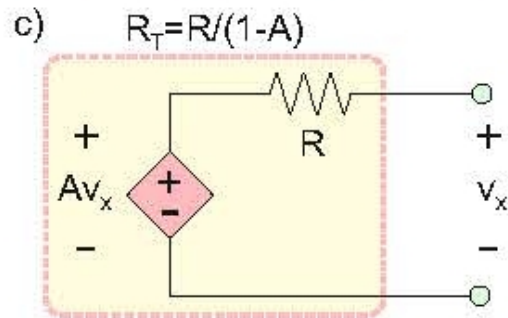
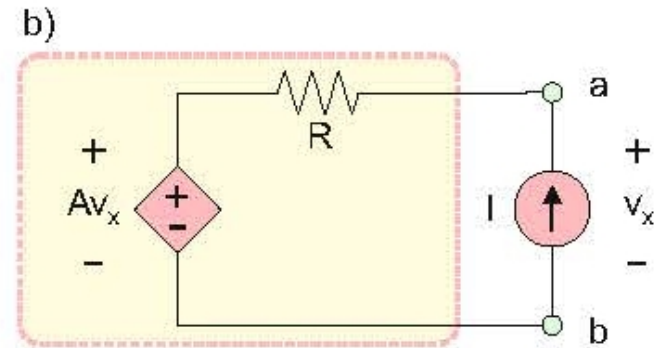
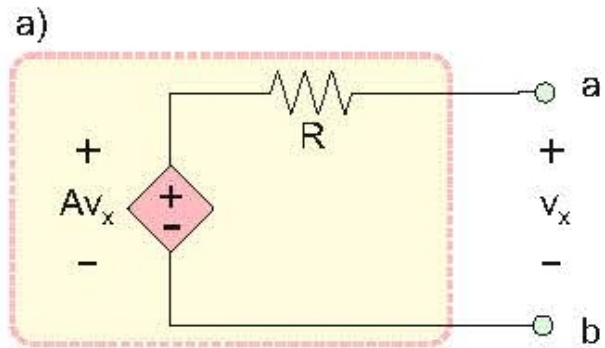
### 従属電源がない場合のテブナンの定理の証明

- 線型性から, 定数  $A$  と  $B$  に対して,  $V = AI + B$  が成立する。
- この特性は,  $V_T$  と  $R_T$ , または  $I_N$  と  $R_N$  から得られる。

任意の線形回路の等価性は,  $V_{OC}$  と  $I_{SC}$  の同一性である。

- 我々は, 2つの任意の線形回路は,  $V_{OC}$  と  $I_{SC}$  が一致するとき, 等価であると結論づけることができる。

## 4.2.5 応用例：負性抵抗の生成

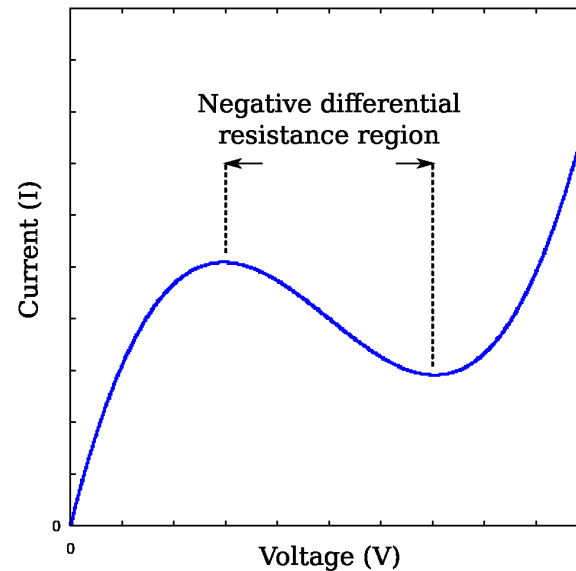


- $v_T = A v_x$

- 電流源  $I$  を端子対に接続する。
- KVL :  $-Av_x + R(-I) + v_x = 0$
- その端子から見える抵抗 :

$$R_T = \frac{v_x}{I} = \frac{R}{1-A}$$

- もし  $A > 1$  ならば  $R_T < 0$  となる。
- これは, **自励発振回路** に使われる。



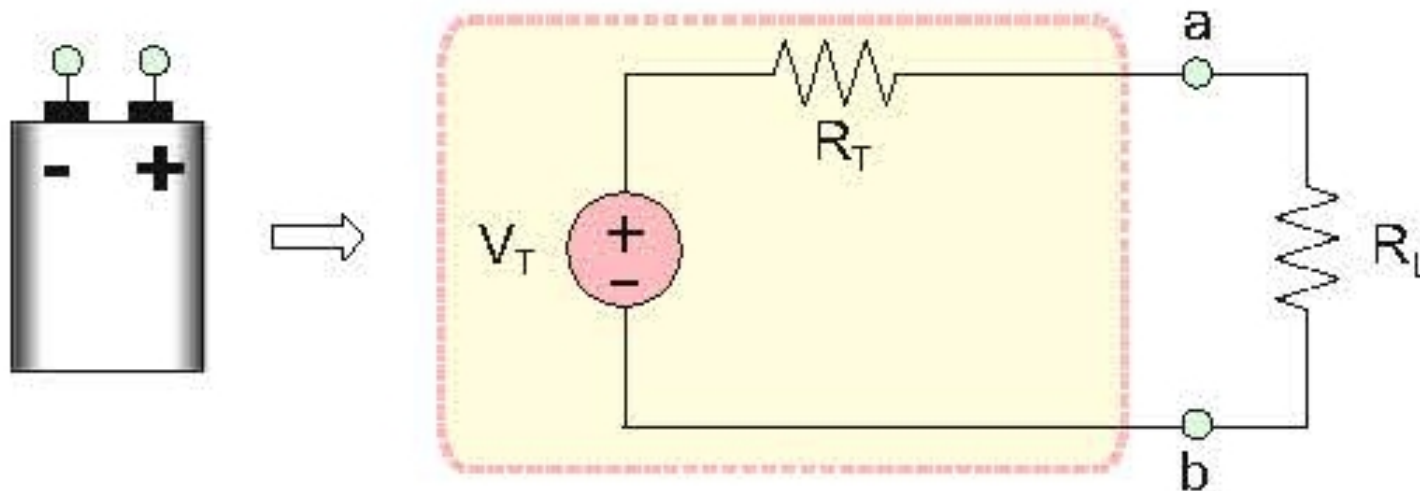
トンネルダイオード（江崎玲於奈が発明）の負性抵抗

## 4.2.6 回路解析法のまとめ

- 重ね合わせの定理
- 節点／網目解析
- 電源変換定理
- テブナンとノートンの等価回路

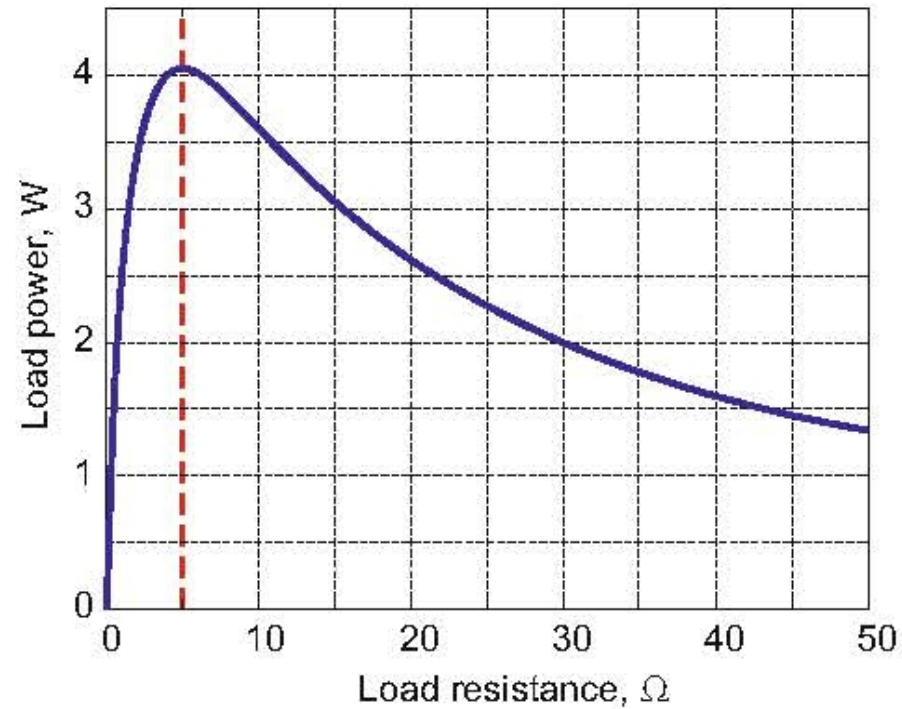
## 4.3 電力伝送

### 4.3.1 最大電力伝送



- 電源から負荷への**最大電力供給の定理**
- $R_L$  を  $R_L$  での電力消費が最大になるように選びたい。

$$P_L(R_L) = R_L I^2 = R_L \left( \frac{V_T}{R_T + R_L} \right)^2 = \frac{R_L V_T^2}{(R_T + R_L)^2}$$



- 微分：

$$\frac{dP_L}{dR_L} = V_T^2 \frac{R_T - R_L}{(R_T + R_L)^3}$$

- $R_T = R_L$  の時に最大になる。最大値：

$$P_L = \frac{V_T^2}{4R_T}$$

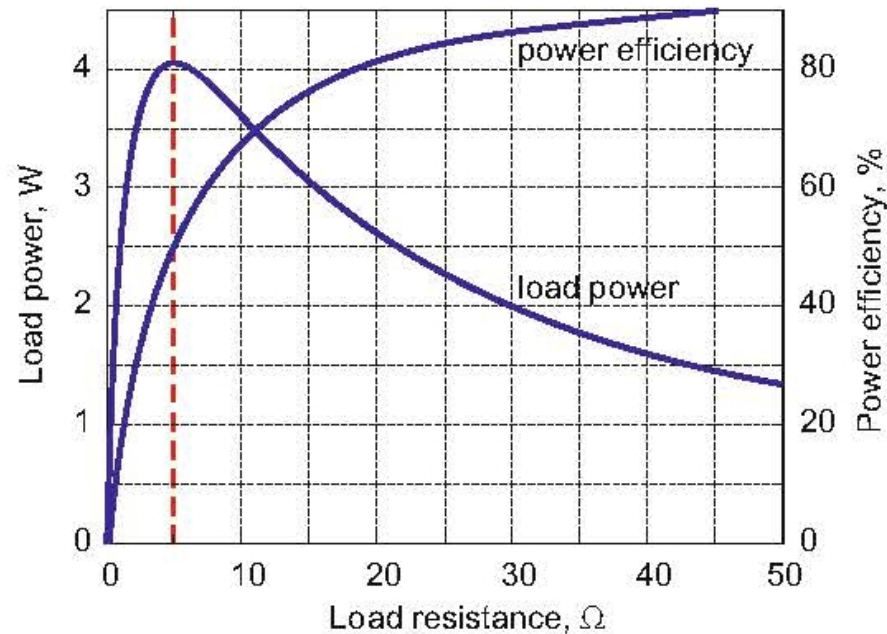
## 4.3.2 最大電力効率

- 総電力消費  $P$  :

$$P = (R_T + R_L)I^2 = \frac{V_T^2}{R_T + R_L}$$

- 効率 : (単調増加) Efficiency :

$$E = \frac{P_L}{P} = \frac{R_L}{R_T + R_L} = \frac{1}{1 + \frac{R_T}{R_L}}$$





### 4.3.3 応用例：アンテナによる放射電力

- アンテナは負荷として， $50\ \Omega$ の放射抵抗を持っている。
- $R_T = 50\ \Omega$ の 때가，最大電力となる。
- もし誰かがアンテナを切って，長さが $1/3$ になると。
- $R_L$ は， $50/9\ \Omega$ になる。

$$\frac{P_{L\text{-short}}}{P_{L\text{-org}}} = \frac{\frac{50/9}{(50+50/9)^2}}{\frac{50/9}{(50+50/9)^2}} = 0.36.$$

- 短くなったアンテナからは，36 %しか電力が放出されない。

#### 4.3.4 応用例：太陽光パネルからの最大電力抽出

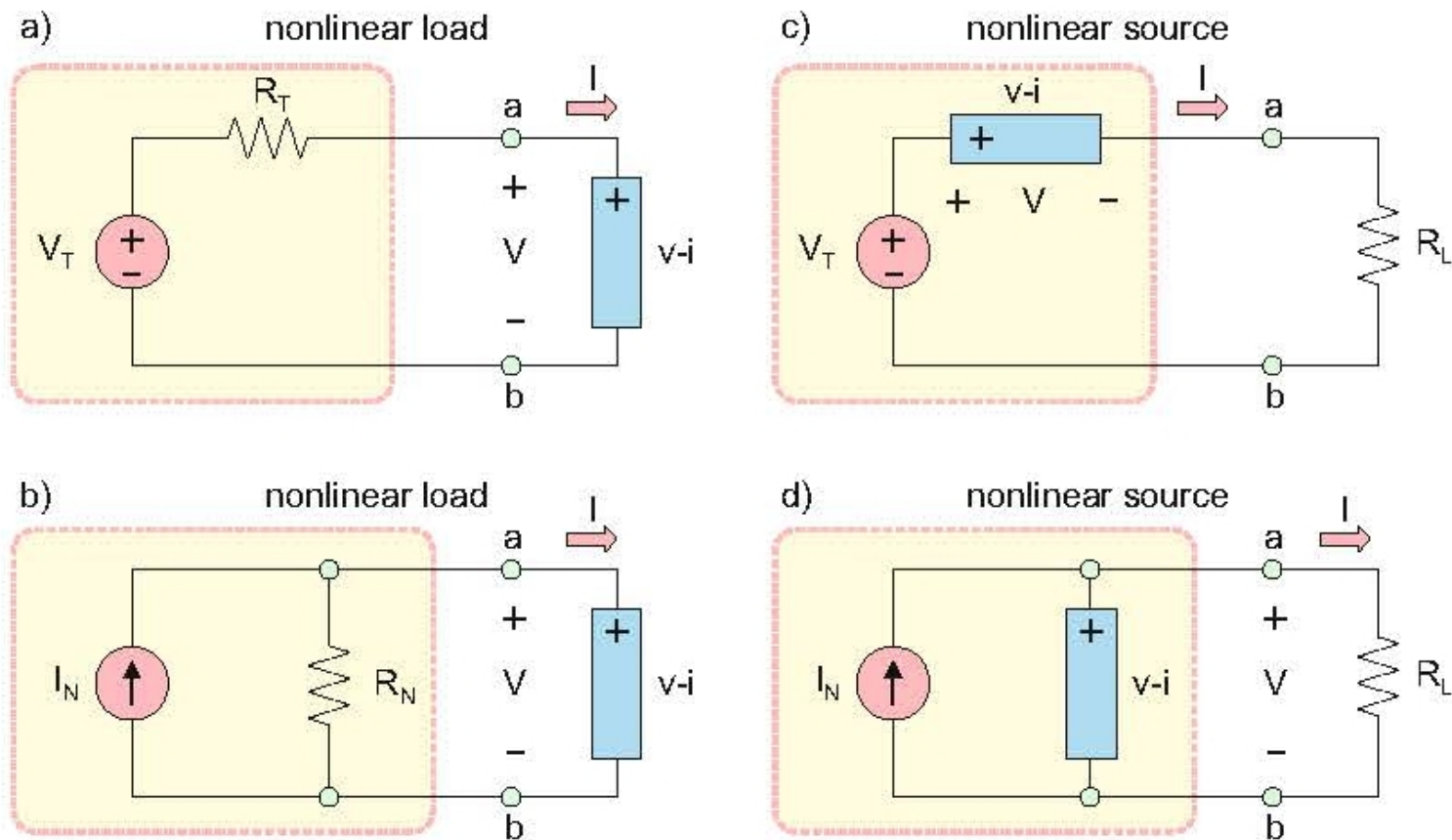
- 前の定理では，太陽光パネルから取り出せる最大電力は $0.25V_{OC}I_{SC}$ となる。
- $V_{MP}$ ：最大負荷電圧
- $I_{MP}$ ：最大負荷電流
- 太陽光パネルのフィルファクター：

$$F = \frac{V_{MP}I_{MP}}{V_{OC}I_{SC}} < 1$$

- 実際の  $F$  の値は， $F = 0.7 \sim 0.75$  である。
- これは，太陽光パネルが線形素子ではないからである。（後で説明する。）

## 4.4 非線形回路の解析：一般の太陽光セル

### 4.4.1 非線形回路の解析：負荷抵抗線法



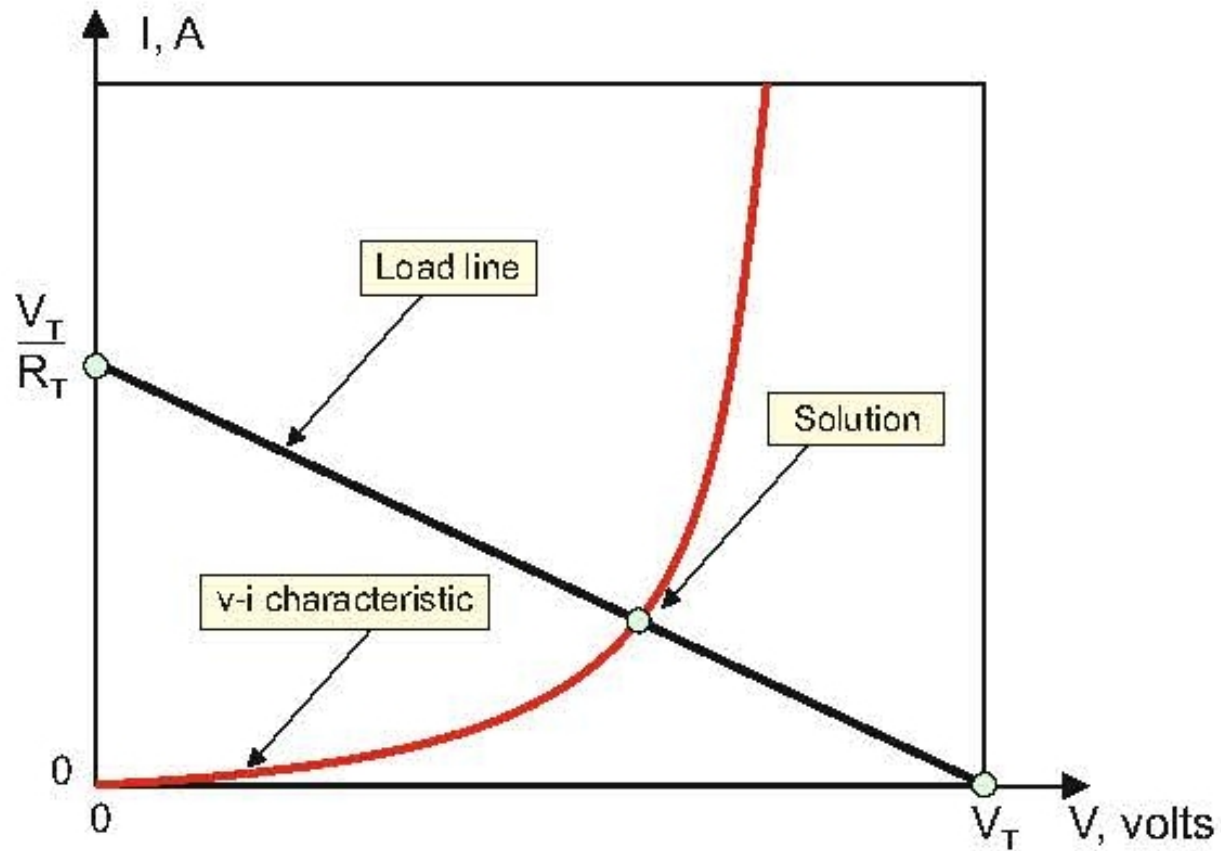
- 非線形負荷（線形電源）

- テブナンの定理またはノートンの定理が電源に適用できる。

$$I = \frac{V_T - V}{R_T}$$

これは、負荷抵抗線と呼ばれる。

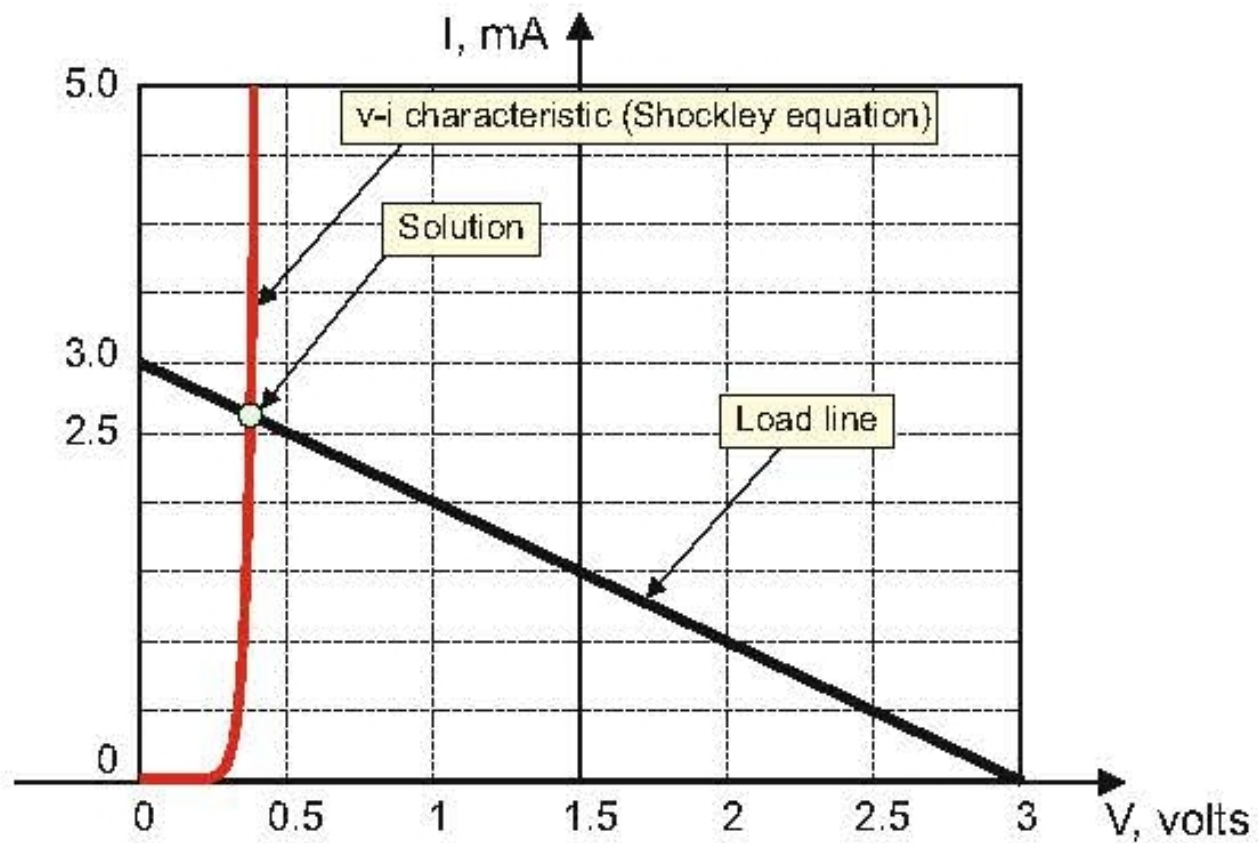
- 負荷曲線と電源の  $v - i$  曲線の交点が動作点となる。



- 理想ショックレイ (Shockley) ダイオードの例

$$I = 1.0 \times 10^{-9} \left[ \exp \left( \frac{V}{0.025 \text{ V}} \right) - 1 \right] \text{ [A]}$$

- $V_T = 3 \text{ V}$  and  $V_T = 1 \text{ k}\Omega$ .



## 4.4.2 非線形回路のための繰り返し法

- 電源の方程式：

$$I(V) = \frac{V_T - V}{R_T}$$

- 次式が成立する。

$$V = V_T - R_T I(V)$$
$$V = I^{-1} \left( \frac{V_T - V}{R_T} \right)$$

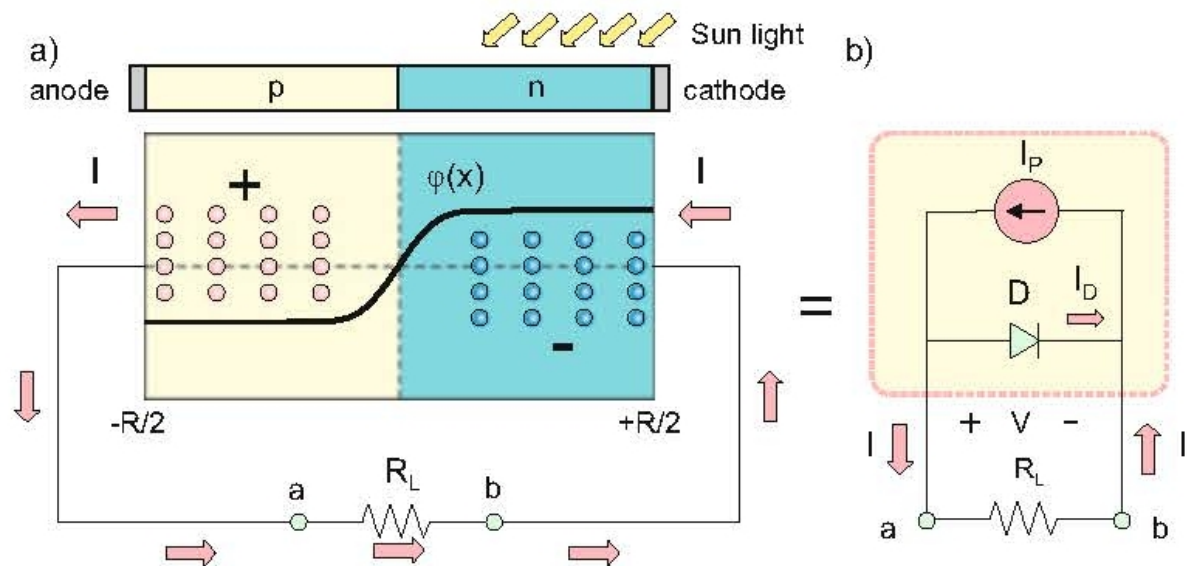
- 初期電圧  $V^0$  から，それらを繰り返し解く。

$$V^{n+1} = V_T - R_T I(V^n)$$
$$V^{n+1} = I^{-1} \left( \frac{V_T - V^n}{R_T} \right)$$

- 一般に， $x^{n+1} = f(x^n)$  は， $f(V)$  が縮小写像ならば収束する。
- 縮小写像とは，正数  $\alpha < 1$  が存在して，任意の  $x_1$  と  $x_2$  に対して次式が成立することである。

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq \alpha |x_1 - x_2|$$

### 4.4.3 応用例：一般の太陽光セルの回路を解く 1

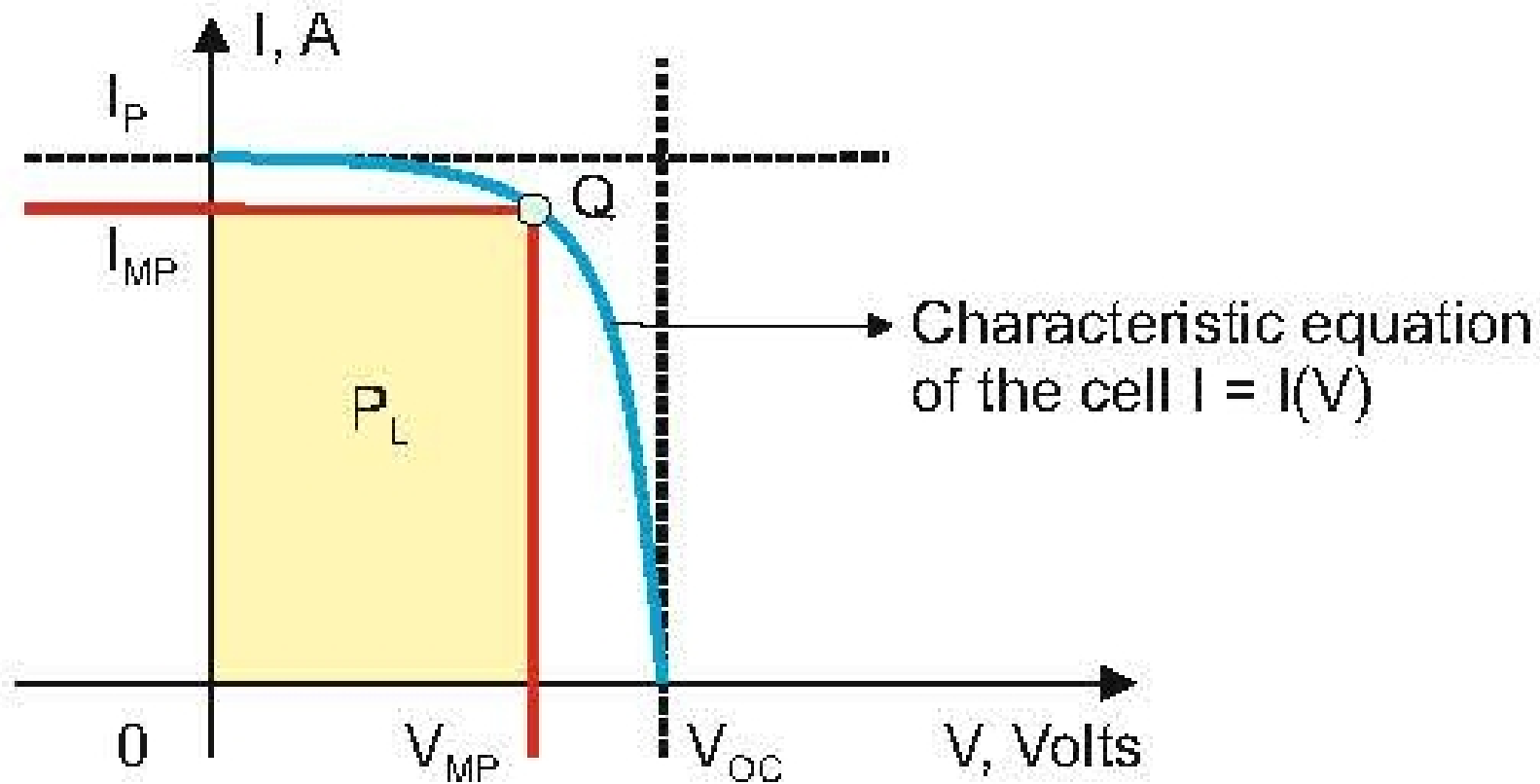


- $I_P$  : 太陽光セルの光電流 (光子によって生成される。)
- $I_D$  : 順方向ダイオード電流

$$I_D = I_S \left[ \exp \left( \frac{V}{nV_T} \right) - 1 \right]$$

$V_T = 0.0257 \text{ V}$  で,  $n$  は実効理想性ファクター (Effective ideality factor) である。

- $I = I_P - I_D$



- 最大電力は，その面積が最大の時に得られる。

$$P_L(V) = V \left( I_P - I_S \left[ \exp \left( \frac{V}{nV_T} \right) - 1 \right] \right) \rightarrow \max.$$



- 最大化の解：

$$V_{\text{MP}} \simeq V_{\text{OC}} - nV_{\text{T}} \ln \left( 1 + \frac{V_{\text{OC}}}{nV_{\text{T}}} \right)$$

$$I_{\text{MP}} \simeq I_{\text{P}} \left( 1 - \frac{nV_{\text{T}}}{V_{\text{MP}}} \right)$$

- For  $n = 1.75$  and  $V_{\text{OC}} = 0.6 \text{ V}$ ,  $V_{\text{MP}} \simeq 0.8V_{\text{OC}}$  and  $I_{\text{MP}} \simeq 0.8I_{\text{P}}$  ( $I_{\text{SC}} = I_{\text{P}}$ )

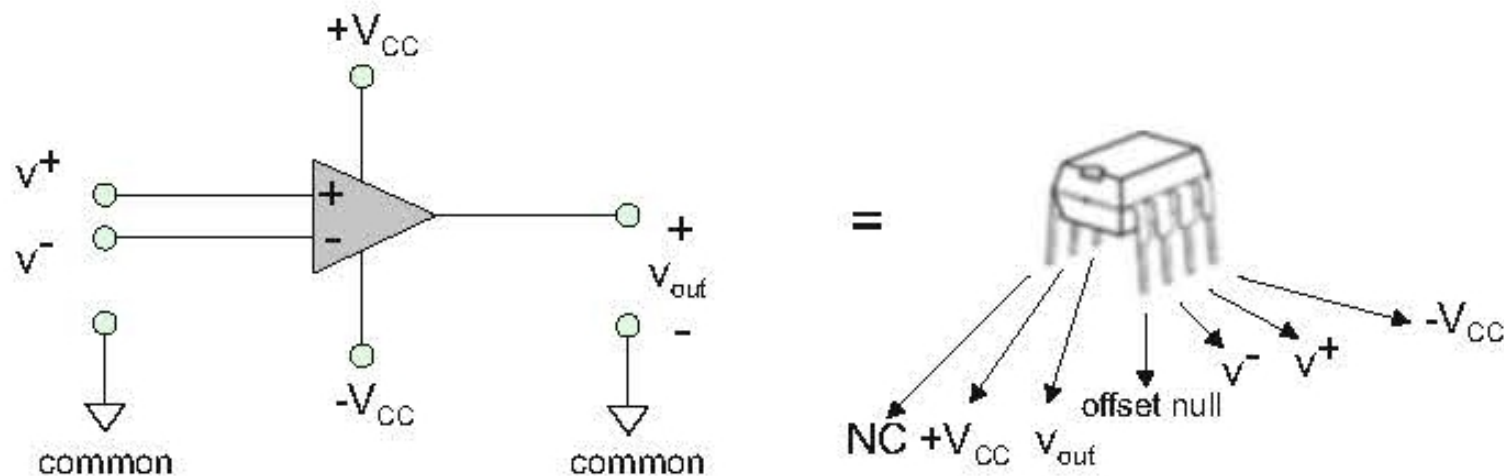
## 5 演算増幅器と増幅モデル

### 5.1 増幅演算と回路モデル

- 低電力集積回路 (IC) が、電子音響、ビデオ、制御、通信システムの機器に用いられる。(低電力集積回路)
- 演算増幅器 (オペアンプ) と呼ばれる差動入力、高増幅率の増幅器がよく使われる。
- ここでは、オペアンプの内部回路について議論するのではなく、それを使った実際的な回路について議論する。

## 5.1.1 増幅器の動作

### 記号と端子S



- オペアンプは，DIP- $N$ パッケージ（dual in-line）に収められる。 $N$ は，ICのピン数である。
- 一つのパッケージに独立なオペアンプが複数個入っていることがある。
- オペアンプの回路記号は，端子を持った三角形である。
- それは，3端子を持ち両極電源で電源が供給されている。：  
 $\pm V_{CC}$ と， $0\text{ V}$ の共通グラウンドである。CCは，内部のバイポーラトランジスタのコレクタを意味している。

(MOSトランジスタが使われている場合, それは,  $\pm V_{DD}$  (Drain, ドレインと記される。

- オペアンプは全部で5つの端子を持つ：
  - 非反転入力端子。共通の電位に対して, 入力電圧は $v^+$ となる。
  - 反転入力端子。共通の電位に対して, 入力電圧は $v^-$ となる。
  - 出力端子。共通の電位に対して, 出力電圧は $v_{out}$ となる。
  - 電源端子 $+V_{CC}$ 。共通の電位に対して, 電源電圧 $V_{CC}$  (例: $+9\text{ V}$ )を加える。
  - 電源端子 $-V_{CC}$ 。共通の電位に対して, 電源電圧 $-V_{CC}$  (例: $-9\text{ V}$ )を加える。
- その他の端子
  - 無接続 (NC) 端子。対称性や放熱のために存在する。
  - オフセットまたはゼロ点オフセット端子。オフセット調整のために存在する。  
(To make  $v_{out} = 0$  when  $v^+ = v^-$ .)

開サーキットまたは開ループ電圧増幅率

- オペアンプに電源が供給されていれば，その動作は全く簡単である。

$$v_{\text{out}} = A(v^+ - v^-).$$

- $A$ を **開ループゲイン**と呼ぶ。時々， $A_{\text{OL}}$ と記される。
- 一般的に  $A \simeq 10^5 \sim 10^6$ .

### 開ループ時のパワーレールと電圧伝達特性

- **パワーレール**：電源接続

そう呼ばれる理由は，回路設計において電源の接続が2つの長い線で表現されるからである。

- 出力電圧は，正の電源電圧を超えることはなく，負の電源電圧を下回ることはない。

$$-V_{\text{CC}} \leq v_{\text{out}} \leq V_{\text{CC}}$$

- 従って，出力は次式で与えられる：

$$v_{\text{out}} = \begin{cases} A(v^+ - v^-) & (-V_{\text{CC}} < A(v^+ - v^-) < V_{\text{CC}}) \\ +V_{\text{CC}} & (V_{\text{CC}} \leq A(v^+ - v^-)) \\ -V_{\text{CC}} & (A(v^+ - v^-) \leq -V_{\text{CC}}) \end{cases}$$

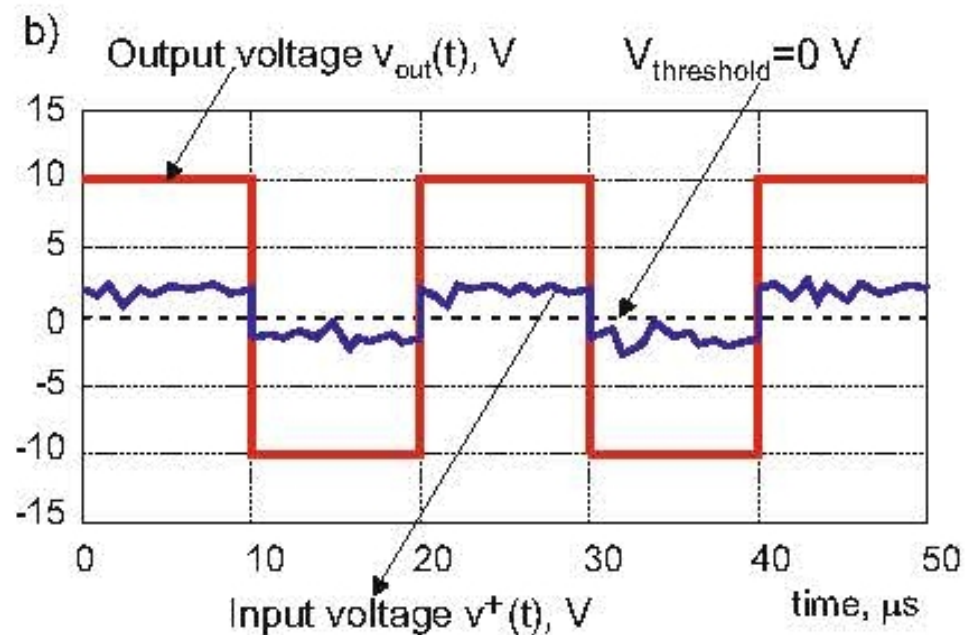
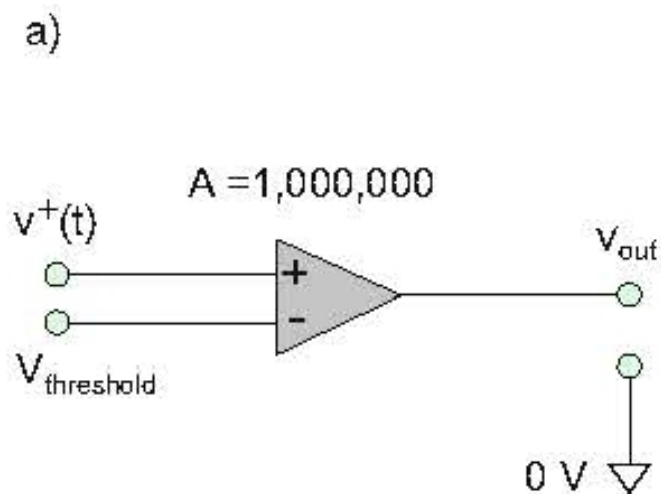
## 実際のパワーレール

- オペアンプ LM338 の場合
  - 単極電源 : 3 V to 32 V
  - 両極電源 :  $\pm 1.5$  V to  $\pm 16$  V
- この違いは理論ではあまり重要ではないが, 現実では重要である。
- 現実では, 出力が厳密に正負の電源電圧と一致することはない。
- その差 :
  - レールツーレール増幅器では, 0.01 から 0.05 V。
  - 普通の増幅器では, 1.8 V 程度。

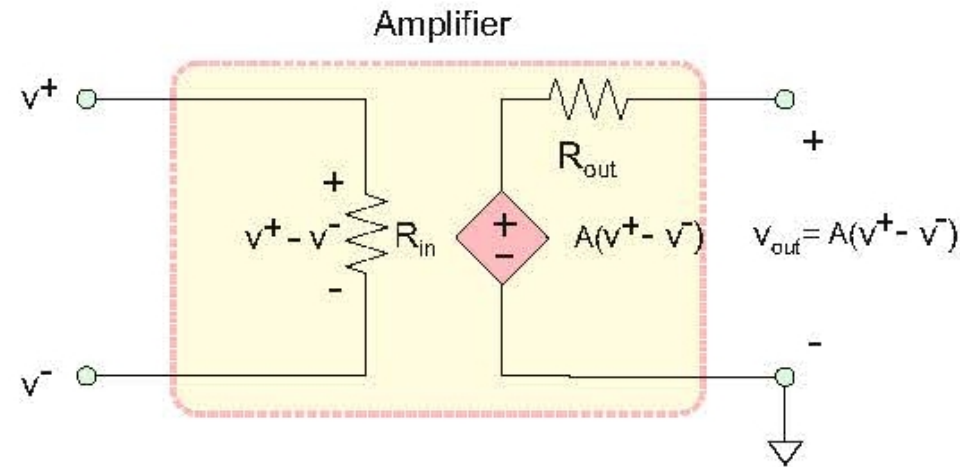
## 5.1.2 応用例：演算増幅器比較器

- $v^- = 0$  とする。（ $v^-$  を接地線に接続する。）
- $A$  は非常に高いので，それは閾値電圧  $V_{th} = v^- = 0$  の比較器として動作する。

$$v_{out} = \begin{cases} +V_{CC} & (v^+ > 0) \\ -V_{CC} & (v^+ < 0) \end{cases}$$



### 5.1.3 増幅回路モデル1 回路モデル

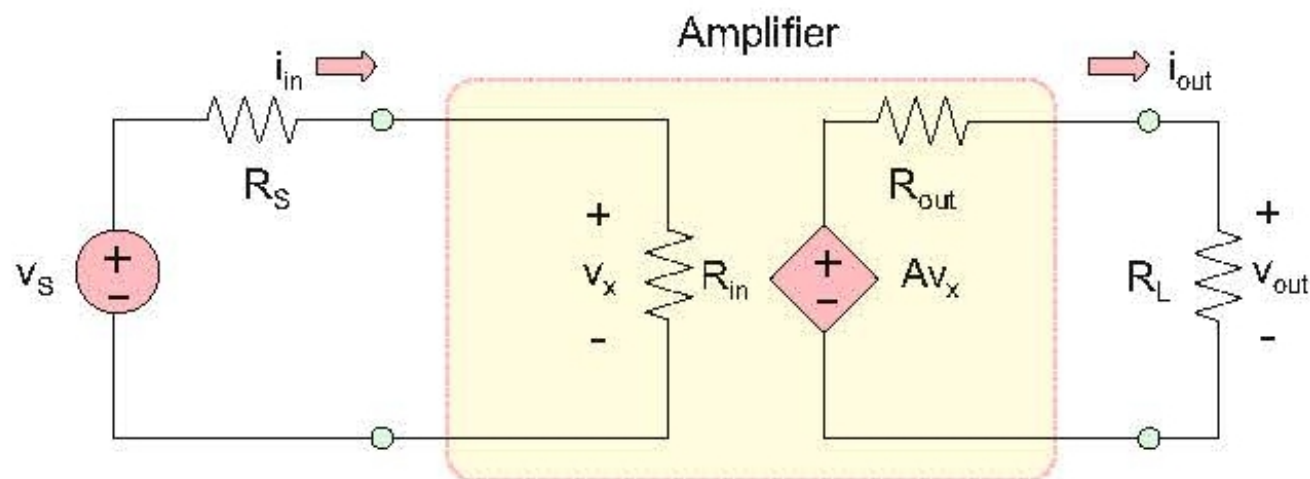


- 理想電圧制御電圧源として記述される。

$$v_{\text{out}} = A(v^{+} - v^{-})$$

- $R_{\text{in}}$  : 入力抵抗
- $R_{\text{out}}$  : 出力抵抗

## 増幅回路モデルの解析：入力／出力抵抗の効果



- 入力源抵抗  $R_S$  が存在したら，入力電流  $i_{in} = (v^+ - v^-) / R_{in}$  が影響する。
- 負荷抵抗  $R_L$  が存在してたら，出力電流  $i_{out} = v_{out} / R_L$  が影響する。
- 出力電圧は次式で与えられる。

$$v_{out} = v_S \left( \frac{R_{in}}{R_{in} + R_S} \right) A \left( \frac{R_L}{R_L + R_{out}} \right).$$



- $R_{in}$  ができるだけ高くなる（理想的には開回路）ように設計する。

$$R_{in} = \infty$$

- $R_{out}$  ができるだけ低くなる（理想的には短絡回路）ように設計する。

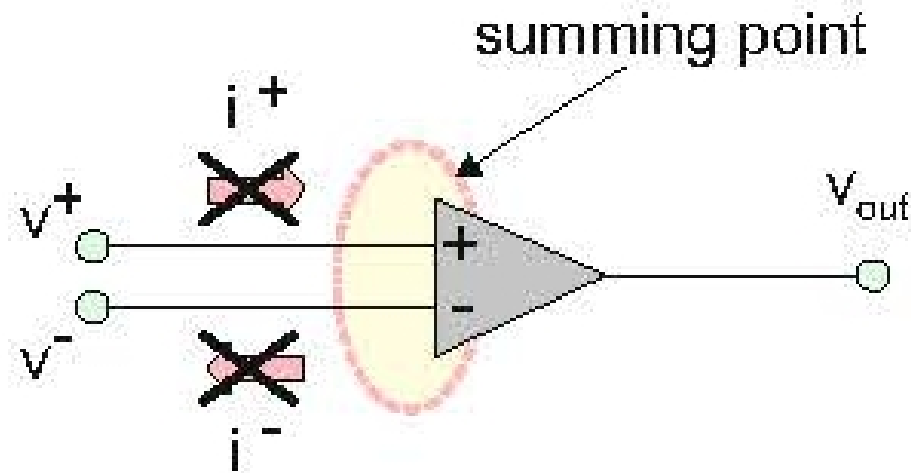
$$R_{out} = 0$$

#### 5.1.4 理想増幅器モデルと第1加算点制約

- 理想オペアンプを考える。
  - 電流が入力に流れこまない。
  - 開ループ利得  $A$  が高い。
  - 入力抵抗  $R_{in}$  が無限に高い。
  - 出力抵抗  $R_{out}$  が0である。

## 第1 加算点制約

- オペアンプの加算点は，2つの入力が接続される場所である。
- コモンモード入力： $(v^+ + v^-)/2$
- 差分入力： $v_x = v^+ - v^-$
- **第1 加算点制約**とは，増幅器のどちらの入力にも電流が流れ込まないことである。



## 入力／出力抵抗と出力電流の現実的な値

- 入力抵抗の現実的な値
  - 一般的なオペアンプ（fLM741, LM1458など）では，0.3–6 M $\Omega$ 。
  - JEFT入力オペアンプ（TL082）など）では，1 T $\Omega$  ( $10^{12}$   $\Omega$ ) のオーダー。
- 出力抵抗の現実的な値
  - 1–100  $\Omega$
- 出力短絡電流の現実的な値（IC内部での電力消費の制限から生じる）
  - 一般的なオペアンプ（LM741, LM1458, LM358など）では，40–60 mA。
  - パワーオペアンプ（OPA541）では，10 A。

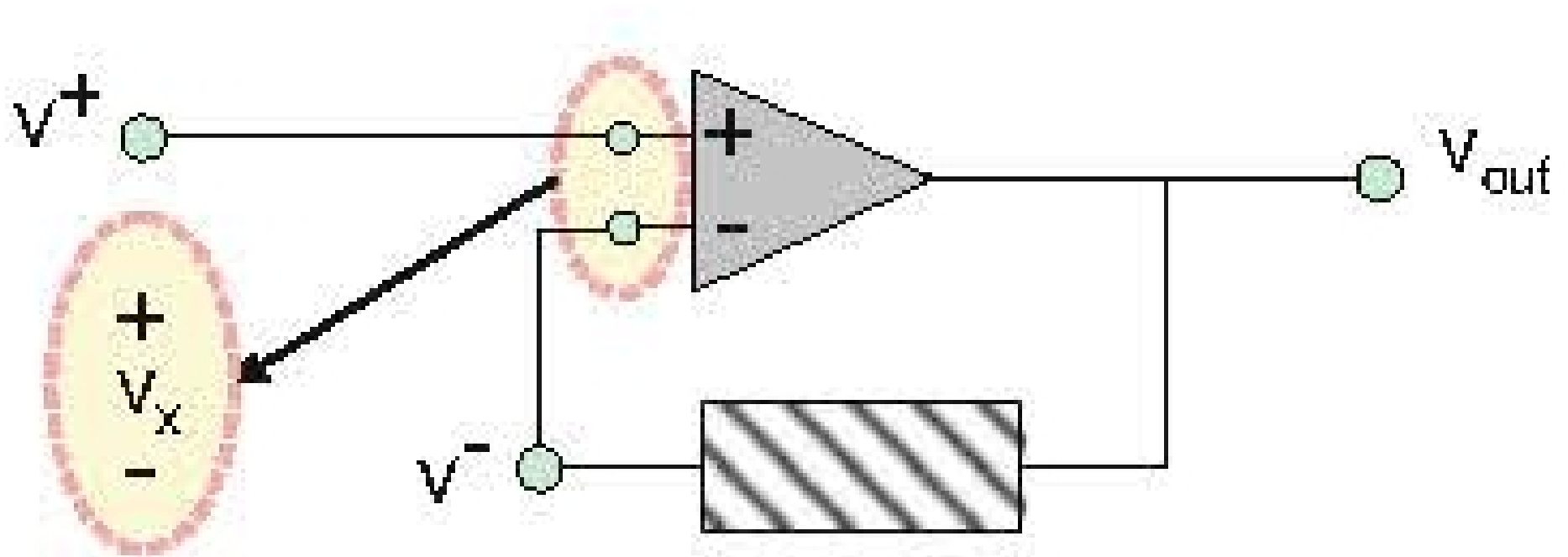
## 5.2 負帰還

- 加算点制約：
  - 増幅器の入力に電流が流れ込んだり流れ出したりすることはない。
  - 増幅器の入力の電圧の差は0である。(開ループ利得が無限だから)

### 5.2.1 負帰還回路のアイデア

- **負帰還** は，出力を目標値に調整するために使われる。
- 最初の電子増幅器の負帰還は，ベル研の29歳のアメリカ人の技術者 Harold S. Black (1898-1983) によって発明された。
- 正帰還は，増幅器の利得を増大するために使われていた。

## 5.2.2 増幅器の帰還ループ：第2加算点制約



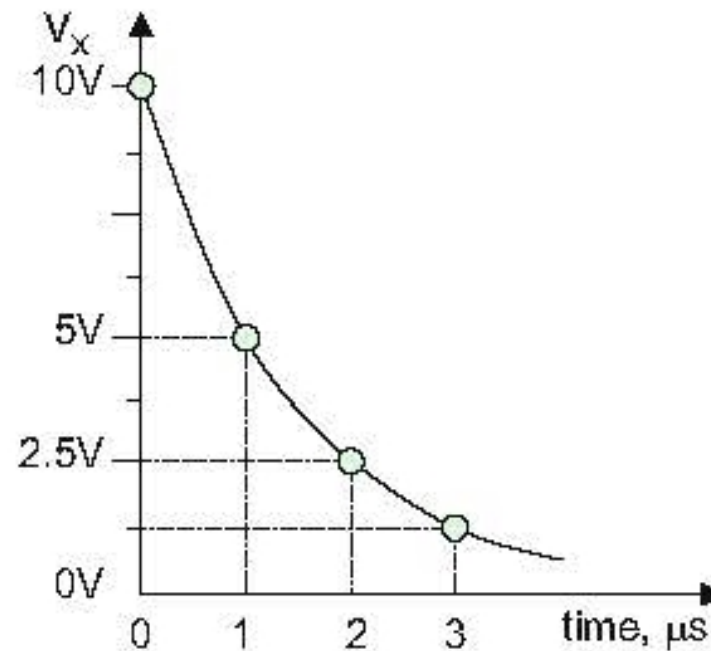
- 負帰還は，出力やその一部を反転入力に戻すことを意味する。

## 動的過程としての帰還

- 出力は次の値に比例する。

$$v_x = v^+ - v^-$$

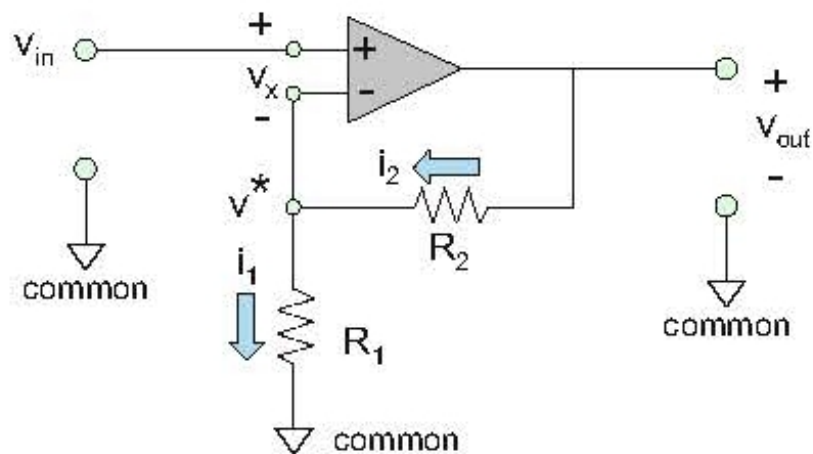
- 入力を与えられてから電圧が出力されるまで**時間がかかる**。
- オペアンプの出力から入力への帰還回路でも時間がかかる。
- 従って、差が0となるまで時間がかかる。



### 5.2.3 2つの加算点制約を用いた増幅器の回路解析

- 加算点制約：電流が入力に流れ込まない，かつ， $v^+ = v^-$ 。

#### 非反転増幅器



- $v^*$ ：加算点制約における電圧とする。
- $i_1 = i_2$  であるから次式が成立する。

$$\frac{v^* - 0}{R_1} = \frac{v_{\text{out}} - v^*}{R_2}$$

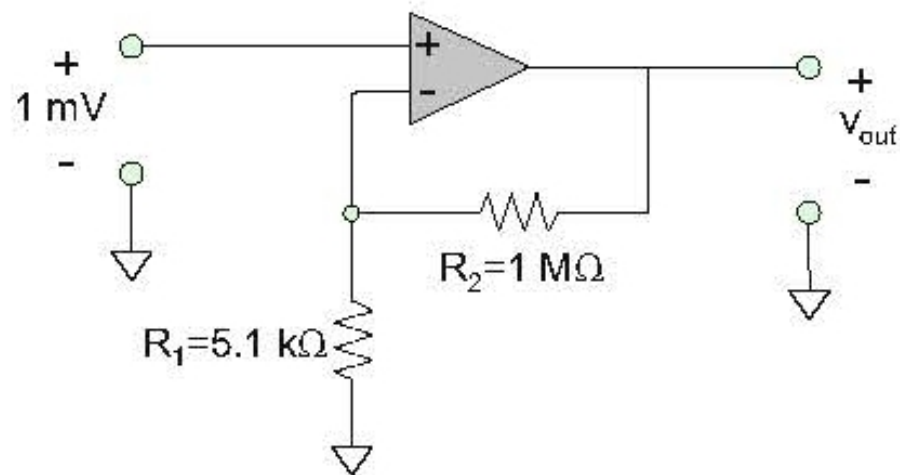
- $v^* = v_{in}$  から，出力電圧は次式で与えられる。

$$v_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{in}$$

- $A_{CL}$  (閉ループ利得) :

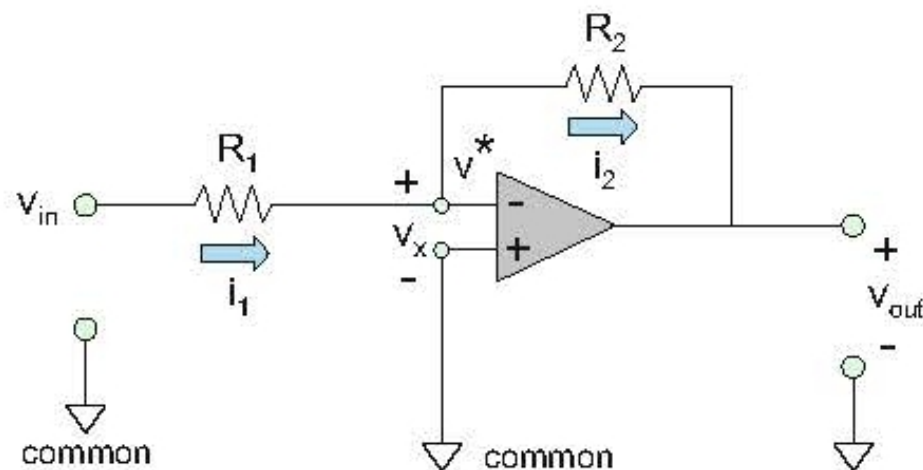
$$A_{CL} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \geq 1$$

例





# 反転増幅器



- $v^*$  : 加算点制約における電圧
- $i_1 = i_2$  より, 次式が成立する。

$$\frac{v_{\text{in}} - v^*}{R_1} = \frac{v^* - v_{\text{out}}}{R_2}$$

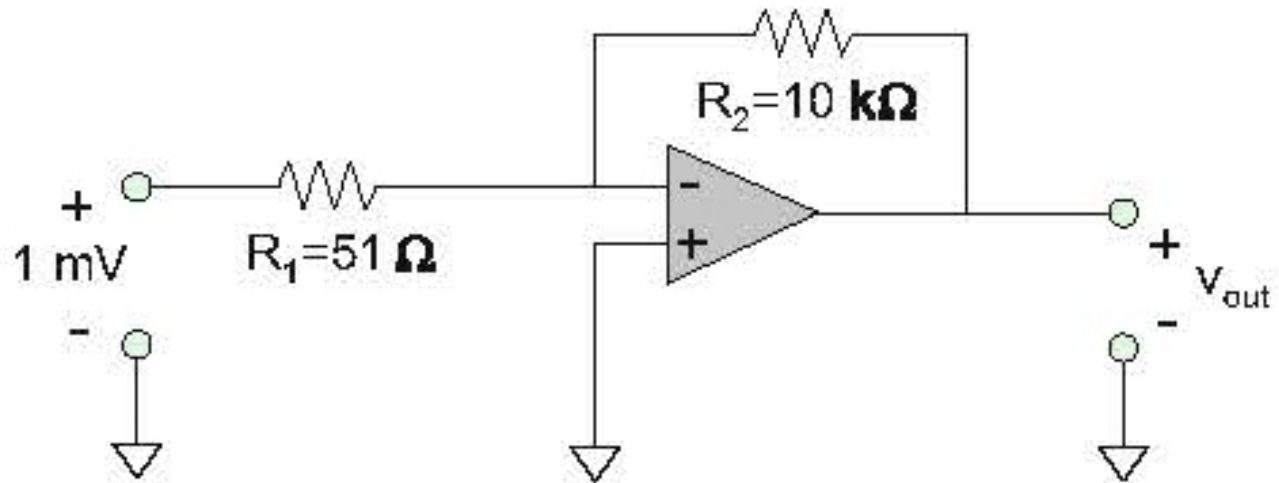
- 出力電圧 :

$$v_{\text{out}} = -\frac{R_2}{R_1}v_{\text{in}}$$

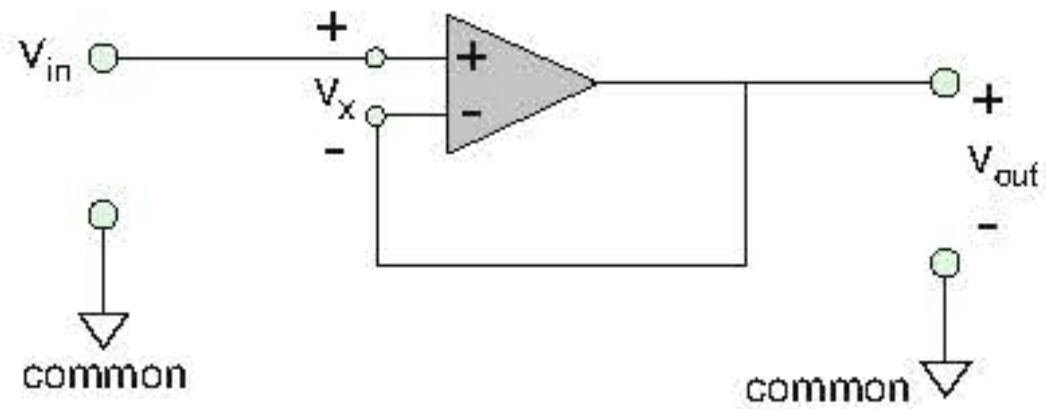
- $A_{CL}$  (閉ループ利得) :

$$A_{CL} = -\frac{R_2}{R_1}$$

例



## 電圧フォロワーまたはバッファ増幅器



- $v_{out} = v_{in}$
- $A_{CL} = 1$

## 5.2.4 第2加算点制約の数学的背景

- 加算点制約はミステリアスに見える。
- 開ループ利得  $A$  は無限ではない。
- 電圧フォロワーの場合：

$$v_{\text{out}} = A(v^+ - v^-) = A(v_{\text{in}} - v_{\text{out}})$$

- 従って、次式が成立する。

$$v_{\text{out}} = \frac{A}{1 + A} v_{\text{in}}.$$

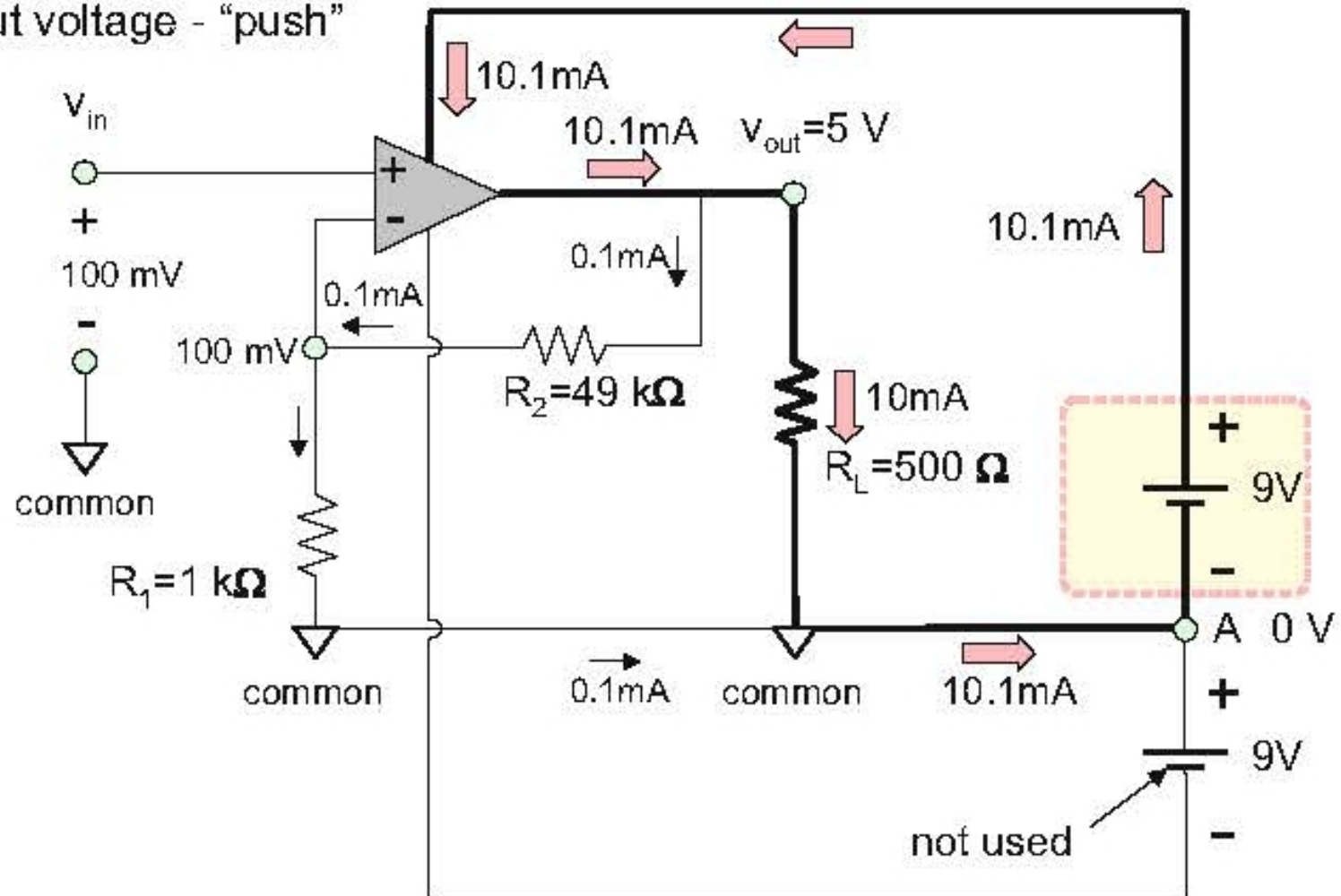
- $A_{\text{CL}}$  : 閉ループ利得：

$$A_{\text{CL}} = \frac{A}{1 + A} = \frac{1}{1 + 1/A} \simeq 1.$$

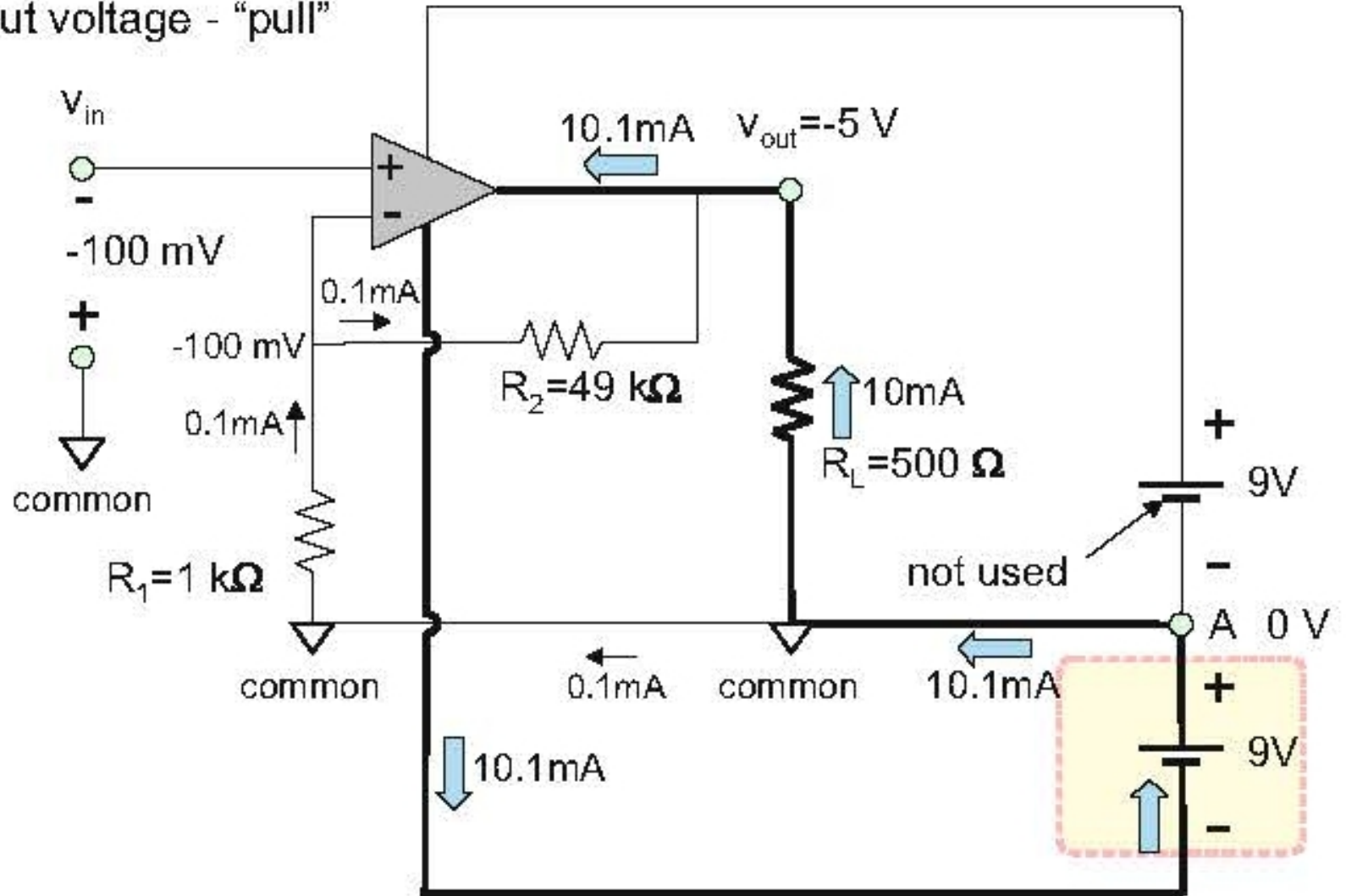
## 5.2.5 増幅回路の中での電流の流れ

- 負荷への電流も電源がから供給されている。

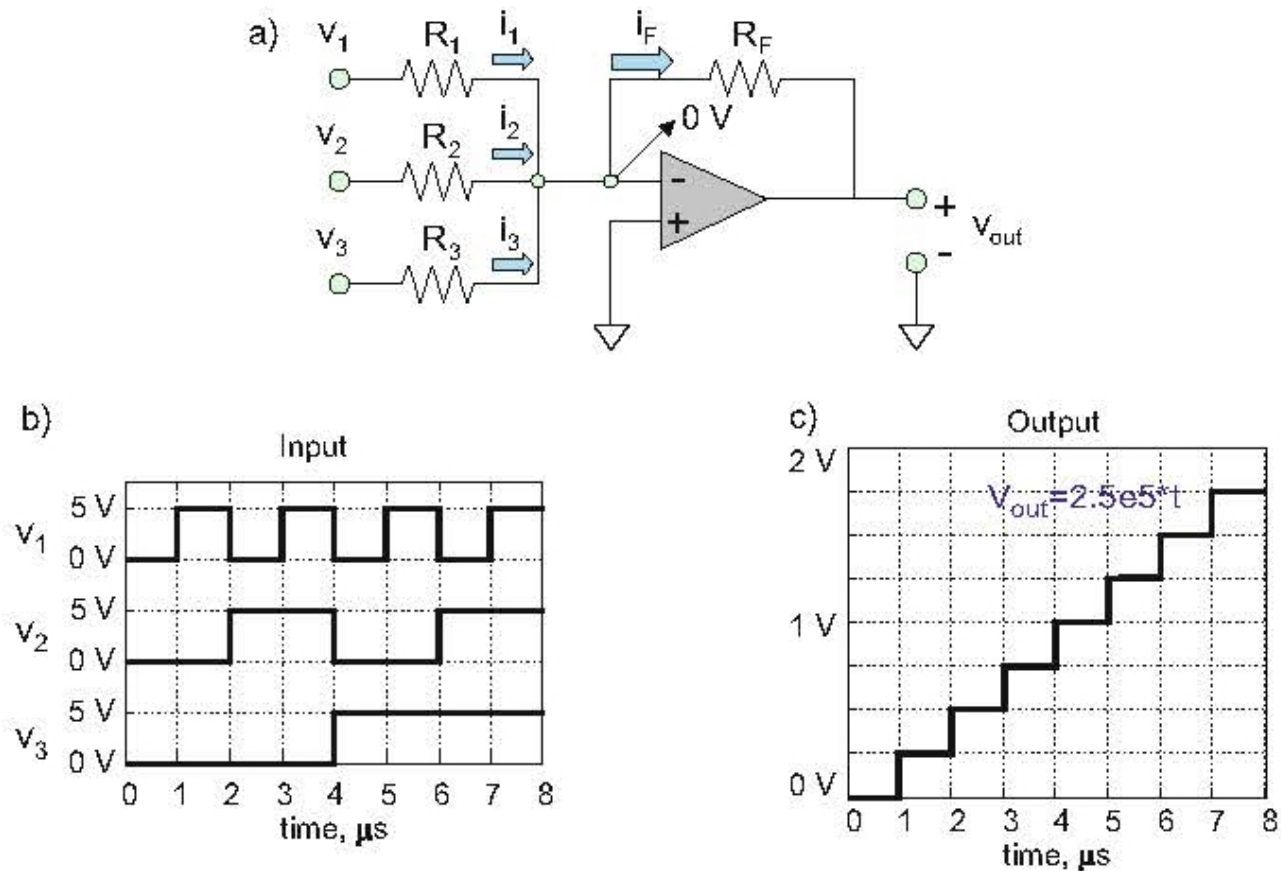
a) positive input voltage - "push"



b) negative input voltage - "pull"



## 5.2.6 多入力増幅器の回路：加算増幅器



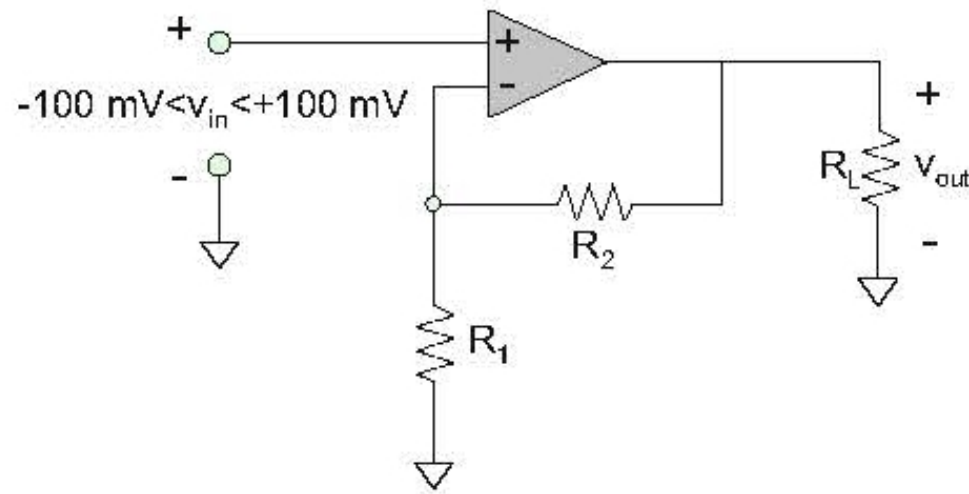
- $i_F = i_1 + i_2 + i_3$
- $v^* = 0$ であるから、次式が成立する。

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1}, \quad i_2 = \frac{v_2}{R_2}, \quad i_3 = \frac{v_3}{R_3}, \quad i_{F3} = \frac{0 - v_{out}}{R_F}.$$

- 加算回路の出力電圧：

$$v_{\text{OUT}} = -\frac{R_F}{R_1}v_1 - \frac{R_F}{R_2}v_2 - \frac{R_F}{R_3}v_3.$$

### 5.3 増幅器の回路設計



- もし，閉ループ利得が与えられたら， $R_1$ と $R_2$ の比は定まる。  
(もし $A = 11$ ならば， $R_2/R_1 = 10$ 。)
- しかし，それらの値は決まらない。



### 5.3.1 適切な抵抗を定める

- 反転増幅器では， $R_1$  は入力の負荷になる。 $R_2$  は，オペアンプの負荷になる。
- もし，それらの値が小さいと，電流が電流制限を超えてしまう。一般に，次の値を使う。

$$R_1, R_2 \geq 50 \sim 100 \Omega.$$

- もし，その値が大きいと，キャパシタンスによる結合が問題になる。従って，次の値を使う。

$$R_1, R_2 \leq 1 \text{ M}\Omega.$$

- もし，正確な値が必要でなければ，安い公差 5 % の抵抗器が使えるかもしれない。そうでなければ，公差 1 % または 0.1 % の抵抗器を使う。さらには，ゲインを調整できるポテンショメータを使う。
- もし，負荷抵抗が小さいと，オペアンプの電流制限を超えるかもしれない。

$$R_L \geq 100 \Omega.$$

## 飛び飛びの抵抗とポテンショメータ

- ポテンショメータは以下のような場合に使われる。
  - もし、49 kΩが必要な場合、そのような抵抗器は一般的には売っていない。
  - 可変利得増幅器が必要な場合。

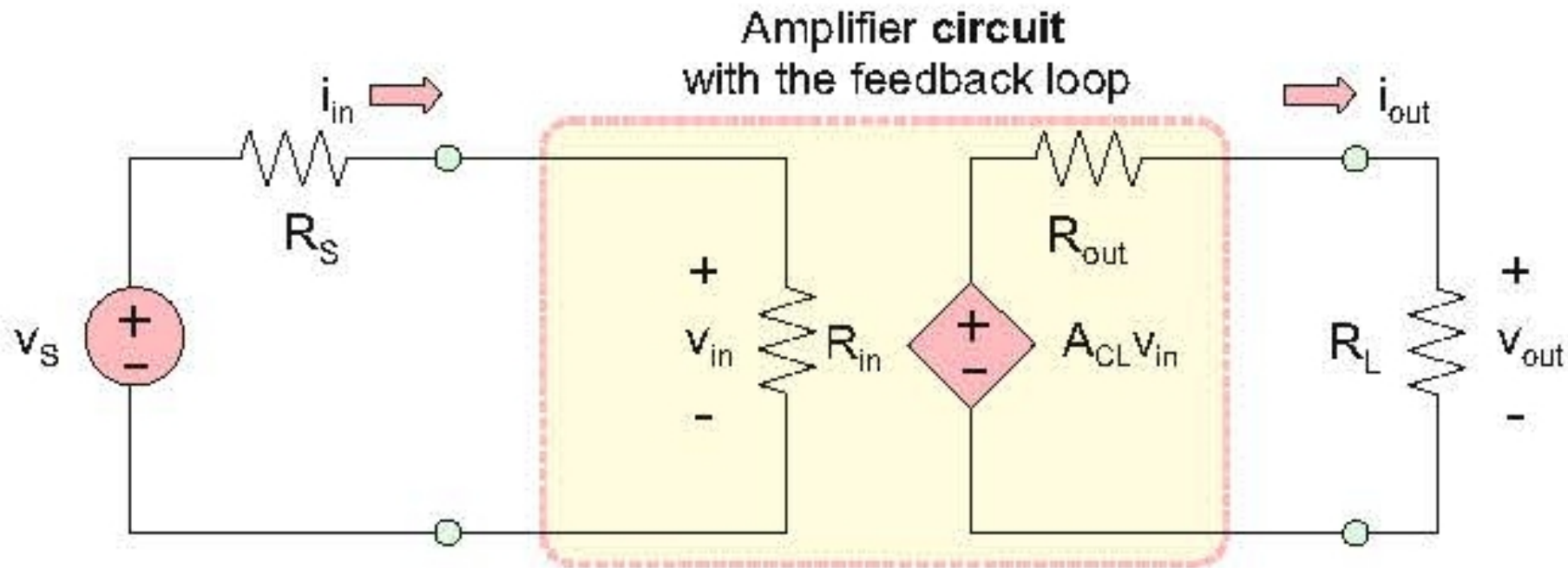
### 利得公差

- 帰還抵抗の公差は、実際に利得公差を定める。(開ループ利得ではない)
- $X$  : 抵抗器の公差 ( $R_1(1 \pm X)$ ,  $R_2(1 \pm X)$ )
- この時、利得公差は、 $X \ll 1$ に対して次式が成立する。

$$-\frac{R_2(1 \pm X)}{R_1(1 \pm X)} \simeq -\frac{R_2}{R_1}(1 \pm 2X).$$

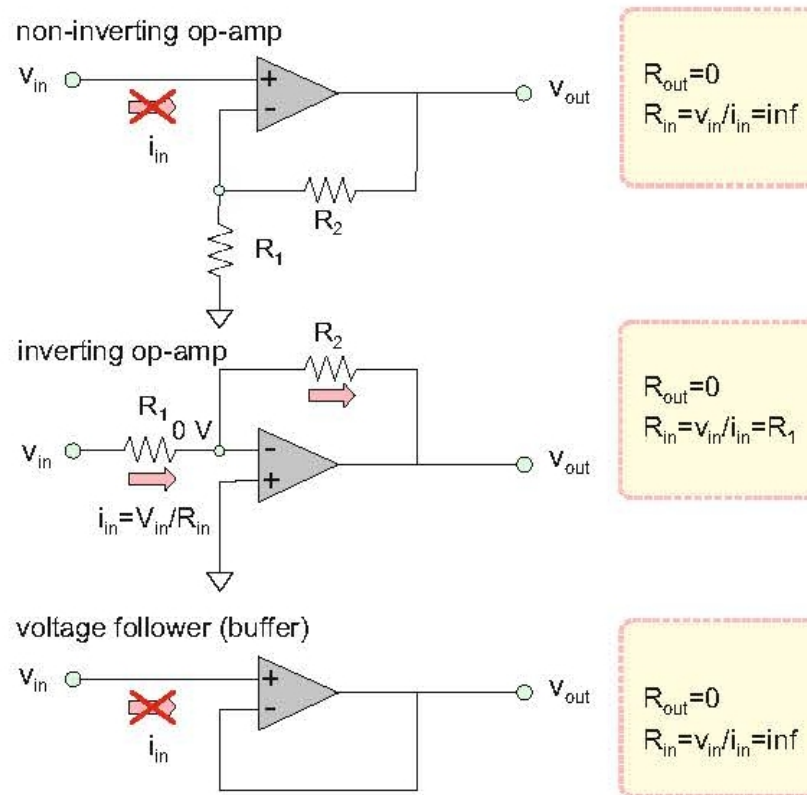
- 抵抗器の公差が 5 % の場合、利得公差は 10 % となる。

## 5.3.2 電圧増幅回路全体のモデル



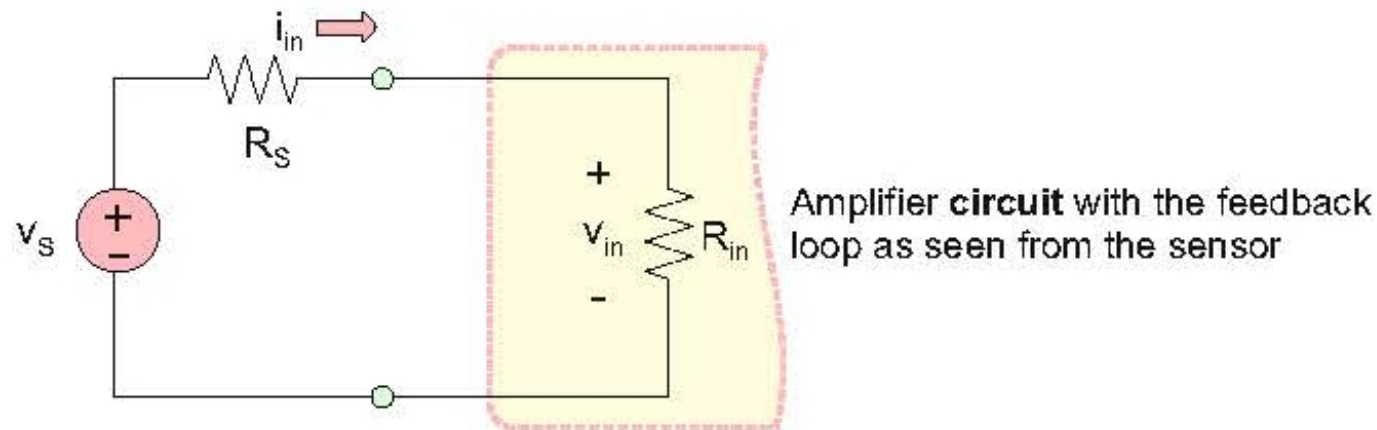
- 負帰還電圧増幅回路は上の回路でモデル化される。
- 開ループ利得  $A$  は,  $A_{CL}$  に置き換わっている。
- $R_{in}$  と  $R_{out}$  は, それぞれ, 増幅回路の入力と出力抵抗である。

# 理想増幅器モデルを使った基本増幅回路の入力／出力抵抗



- 非反転 :  $R_{in} = \infty$ ,  $R_{out} = 0$
- 反転 :  $R_{in} = R_1$ ,  $R_{out} = 0$
- 電圧フォロワー :  $R_{in} = \infty$ ,  $R_{out} = 0$

### 5.3.3 電圧増幅器 vs 整合増幅器



- センサからは，増幅器は抵抗  $R_{in}$  として見える。

#### 入力負荷ブリッジ

- $R_{in} > R_s$  : 負荷ブリッジ（インピーダンスブリッジ）条件
- これはセンサ増幅器へ送る電圧を最大化するために使われる。
- もっと重要なことは，増幅器がセンセに負荷をかけないことである。

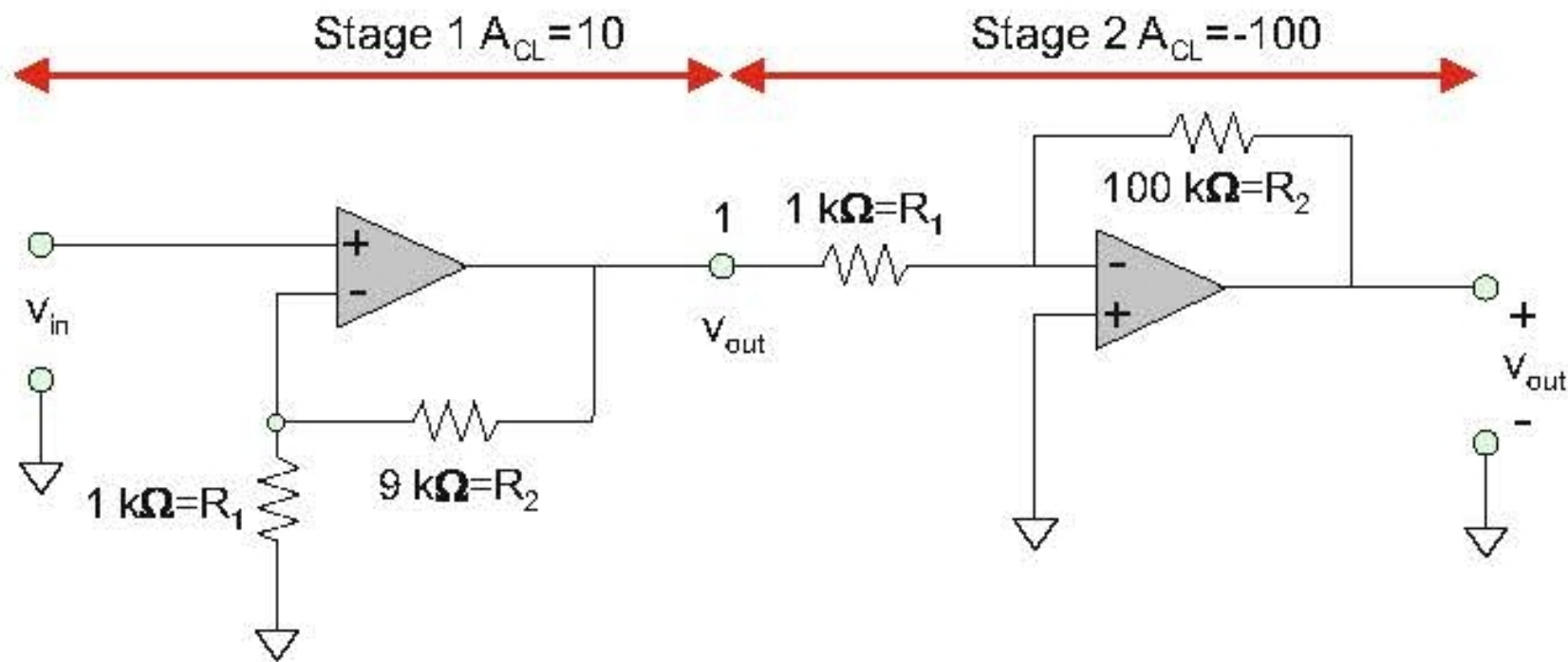
## 入力負荷整合

- ラジオ周波数（RF）回路では，負荷整合は重要な条件である。
- 抵抗が整合していないと，端子対での波の反射が問題を引き起こす。
- 例えば，RF増幅器は入力出力とも正確に  $50\ \Omega$  の負荷に整合するように作られている。



### 5.3.4 従属した増幅器のステージ

- $A_{CL} = -1000$ が必要で,  $R_S = 1 \text{ k}\Omega$ とする。
- 負荷ブリッジのために,  $R_1 = 100R_S = 100 \text{ k}\Omega$ とする。
- そうすると,  $R_2 = -AR_1 = 100 \text{ M}\Omega$ となる。
- これら抵抗は高すぎる。
- 2つの増幅器を従属接続する。  $A_{CL1} = 10$ ,  $A_{CL2} = 1000$ 。



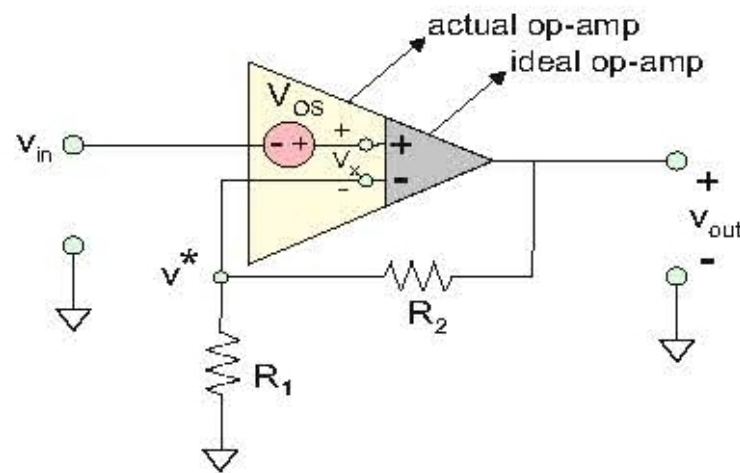
1. 全体の利得は，それぞれの利得の積になる。
2. 不安定性を避けるためには，各段での利得は一般に100を超えないようにする。
3.  $R_1$  は，十分大きくしたい。
4. 増幅器のICのパッケージには，普通2つ（dual op-amp），場合によっては4つ（quad op-amp）の増幅器が入っている。従って，多段の増幅器を作るのに適している。
5. 入力オフセット電圧の問題（増幅器の不完全性）は最初のステージでは重要であるが，後続ステージでは重要性が低くなる。



### 5.3.5 増幅器の直流不完全性とそれらの補正

- オペアンプの直流不完全性は、高利得増幅器の性能に大きな悪影響を与える。
  - 入力オフセット電圧  $V_{OS}$  : 1 mV ~ 6 mV
  - 入力（バイアスまたはオフセット）電流：代表的には 100 nA のオーダー。

## 入力オフセット電圧



- 開ループ出力電圧は次式で与えられる。

$$v_{out} = A_{OL}(v^+ - v^- + v_{OS}).$$

- 非反転増幅器：

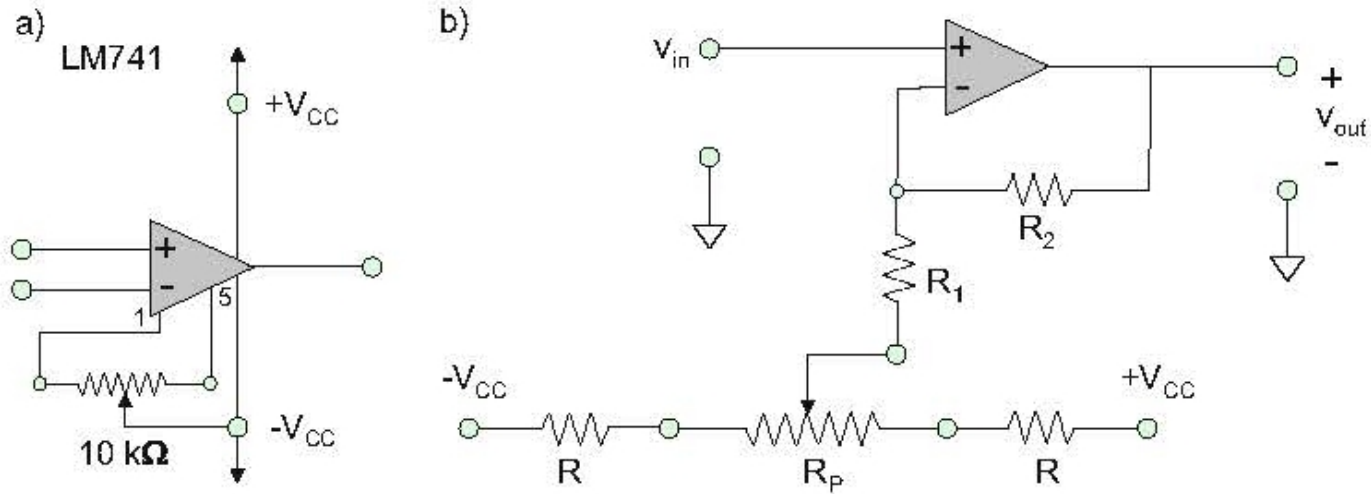
$$v_{out} = A_{CL}(v_{in} + v_{OS}),$$

ここで,

$$A_{CL} = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

である。

## 出力オフセット電圧の打ち消し



- LM741のようなオペアンプには，offset-null端子が付いていて，出力電圧を0にすることができる。
- そのような端子がなくても，オフセットは調整できる。
  - －  $R_p \ll R$ ：調整する電圧は非常に小さい。
  - －  $R \ll R_1$ ： $R_1$ からの電流は  $R_p$  と  $R$  に流れる。

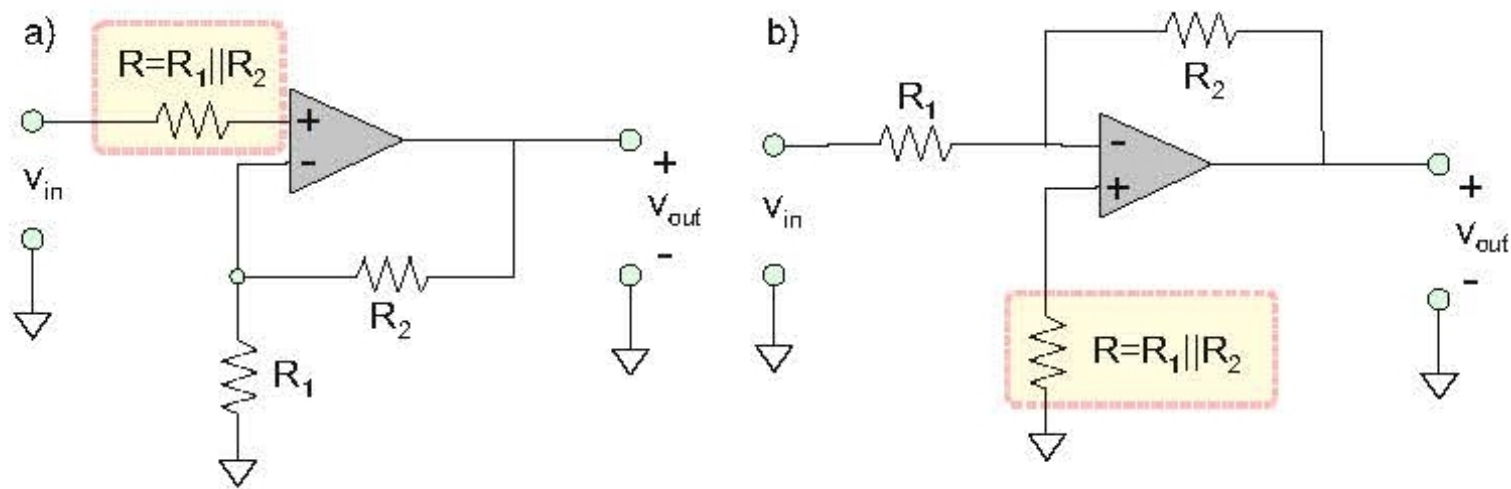
## 入力バイアスとオフセット電流

- 入力バイアス電流は出力に影響する。
- 100 nA の電流が反転入力端子に流れ込むとし， $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$  とする。
- $v_{\text{in}} = 0$  とするとき， $v_- = 0$  となって， $R_1$  に電流は流れない。
- その時，次式が成立する。

$$v_{\text{out}} = 100 \text{ nA} \times 1 \text{ M}\Omega = 0.1 \text{ V}.$$

## オフセット電流

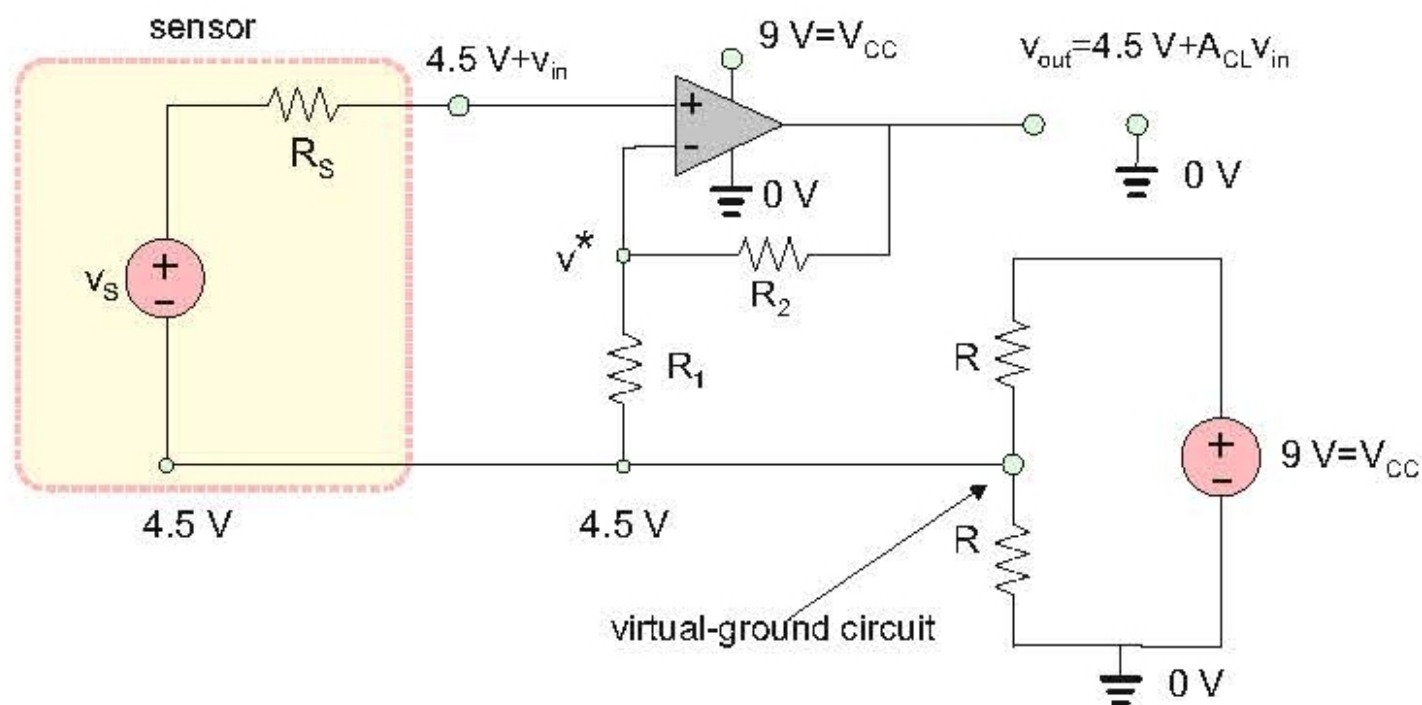
- 二つの端子に流れ込む電流は少しだけ異なる（入力オフセット電流）。
- しかし，それらの平均（入力バイアス電流）は，オフセット電流よりもかなり大きい。
- 抵抗  $R_1 || R_2$  を，正端子につけることによって，入力バイアス電流はキャンセルできる。



- $i_{\text{bias}}$  : 入力バイアス電流（両入力端子に同じ値の電流が流れる。）
- 非反転の場合，重ね合わせの定理から次式が成立する。

$$v_{\text{out}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(v_{\text{in}} - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_{\text{bias}}\right) + R_2 i_{\text{bias}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{\text{in}}$$

### 5.3.6 直流結合単一電源増幅器：仮想接地回路



- 単一電圧電源は電池である。
- 仮想接地回路が使われる。
- 9 V の電池で動作する非反転増幅回路を考える。
- $v^*$  は次式で与えられる。

$$v^* = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (v_{\text{out}} - 4.5 \text{ V}) + 4.5 \text{ V}$$

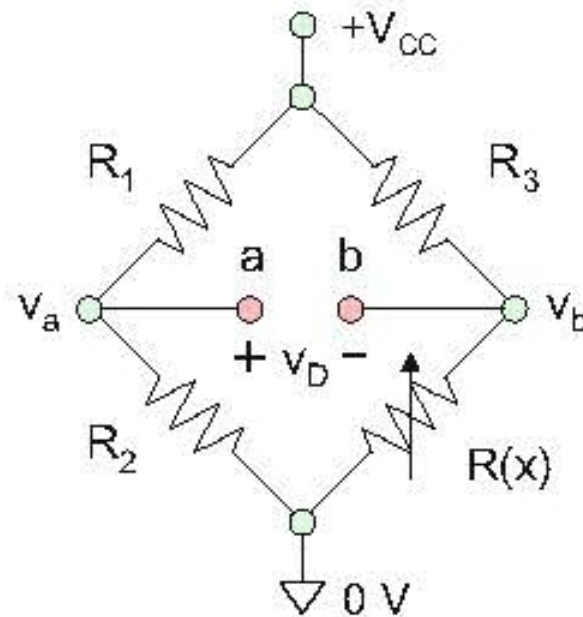
- 出力電圧は次式で与えられる。

$$v_{\text{out}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{\text{S}} + 4.5 \text{ V}$$

- $R \ll R_1$  と  $R \ll R_2$  の条件が必要である。

## 5.4 差動増幅器と計装増幅器

### 5.4.1 増幅器への差動入力



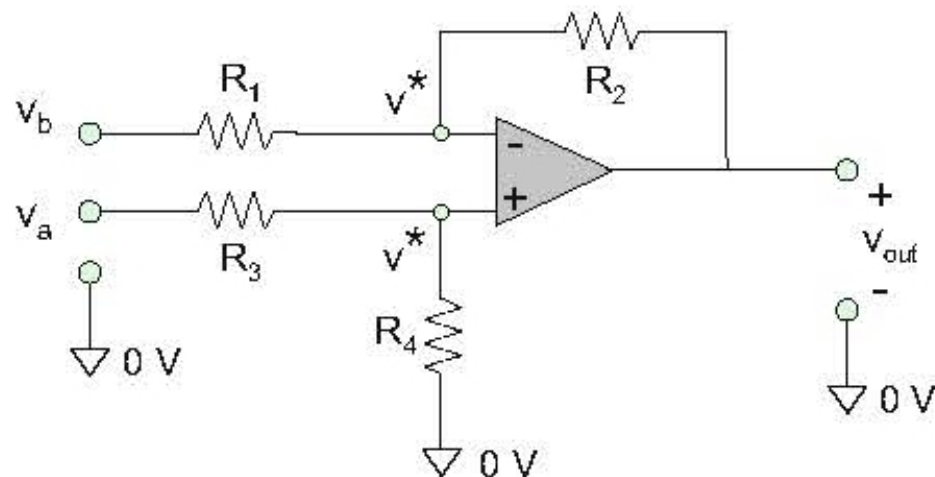
- コモンモード電圧：

$$v_{CM} = \frac{v_a + v_b}{2}$$

- 差動電圧： $v_D = v_a - v_b$
- 逆に次の式が成立する： $v_a = v_{CM} + v_D$  ,  $v_b = v_{CM} - v_D$ .



## 5.4.2 差動増幅器：差動利得とコモンモード利得



- 3端子 (a, b, 接地) を持った差動センサ
- 差動電圧をどうやって増幅するか

$$v^* = v_b + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_{\text{out}} - v_b),$$

$$v^* = v_a + \frac{R_3}{R_3 + R_4}(0 - v_a).$$

- 次式が成立する

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2}v_{\text{out}} = \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)v_b - \left(1 - \frac{R_3}{R_3 + R_4}\right)v_a$$

- 次のように選ぶ

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

- 出力電圧は次式で与えられる。

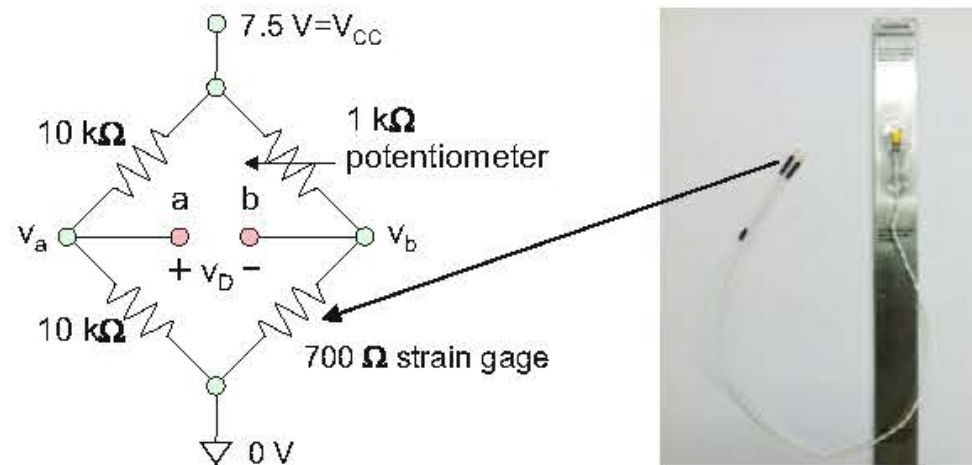
$$v_{\text{out}} = \frac{R_2}{R_1}(v_b - v_a) = \frac{R_2}{R_1}v_D$$

- 差動利得は  $R_2/R_1$ .
- コモンモード利得は0.
- コモンモード除去比 (common-mode rejection ratio , CMRR) は無限大。
- バイアス電流の影響を最小限にするために、次のように選ぶ。

$$R_1 = R_3, \quad R_2 = R_4$$

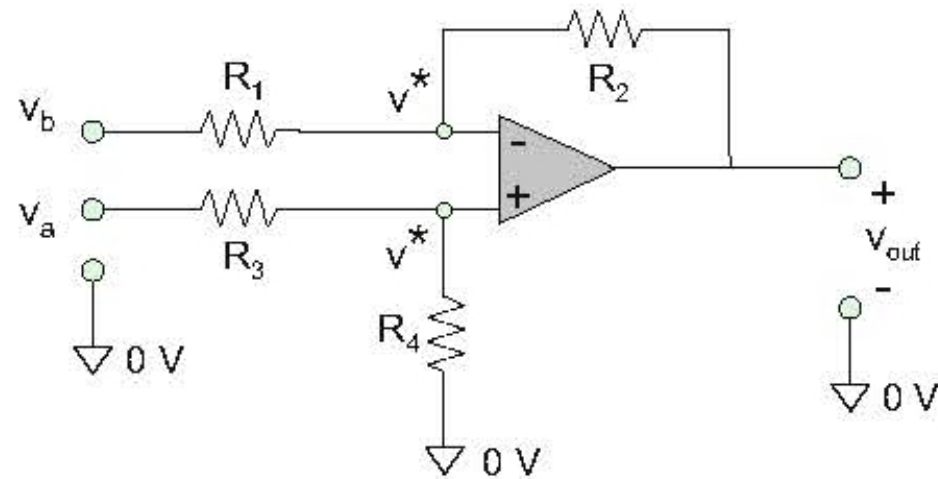
### 5.4.3 応用例：計装増幅器

#### 計装増幅器への動機



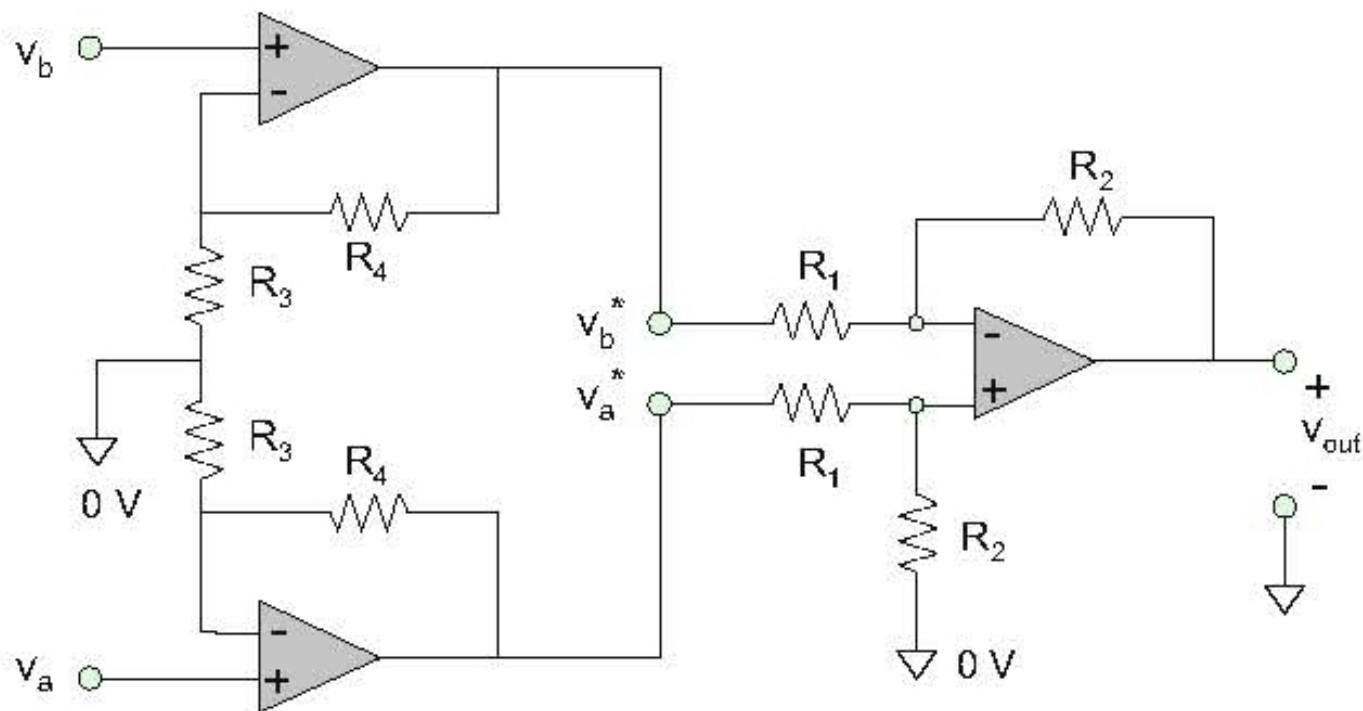
- 700  $\Omega$ の，非同軸歪みゲージ
- ホイートストンブリッジ
  - $v_D = 0 \text{ V} \pm 3 \text{ mV}$ が，この場合得られる。
  - コモンモード電圧は，3.75 Vである。
- 実際の増幅器は，非常に小さい差動電圧を大きなコモンモード電圧を除去しながら増幅する必要がある。
- 計装増幅器

## 計装増幅器の作り方



- 増幅器の差動入力抵抗は， $R_{in} = R_1 + R_3$ である。
- $R_1 = R_3 = 100 \text{ k}\Omega$ ， $A_{CL} = 1000$ と選べば， $R_2 = R_4 = 100 \text{ M}\Omega$ となり，大きすぎる。

# 計装増幅器のコンセプト



- 1 段目の増幅器 :

$$v_a^* = \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right) v_a$$

$$v_b^* = \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right) v_b$$

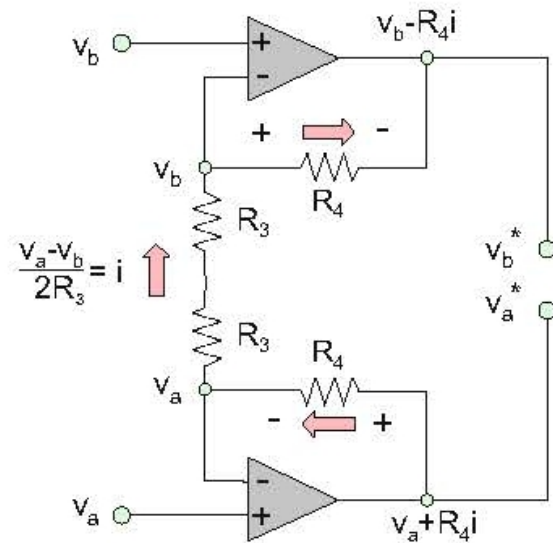
- 2 段目の増幅器 :

$$v_{\text{out}} = \frac{R_2}{R_1}(v_a^* - v_b^*)$$

- 組み合わせることにより, 次式が成立する。

$$v_{\text{out}} = \frac{R_2}{R_1} \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right) (v_a - v_b)$$

- コモンモード電圧が 1 段目の増幅器で増幅される。
- 1 段目の出力が電源電圧に達してしまう。



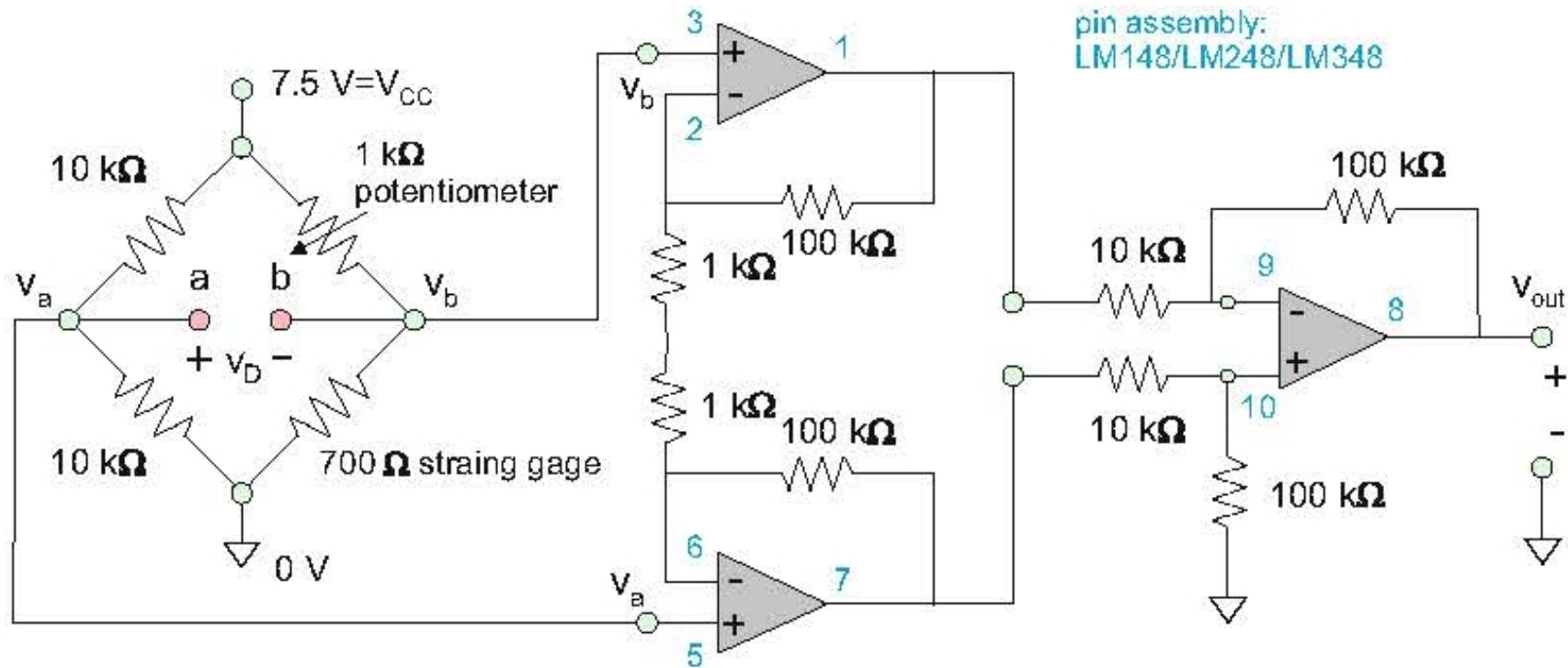
- 1 段目の増幅器 :

$$i = \frac{v_a - v_b}{2R_3}$$

$$v_a^* = v_a + R_4 i = v_a + \frac{R_4}{2R_3} (v_a - v_b)$$

$$v_b^* = v_b - R_4 i = v_b - \frac{R_4}{2R_3} (v_a - v_b)$$

- コモンモード利得が 1 のステージ



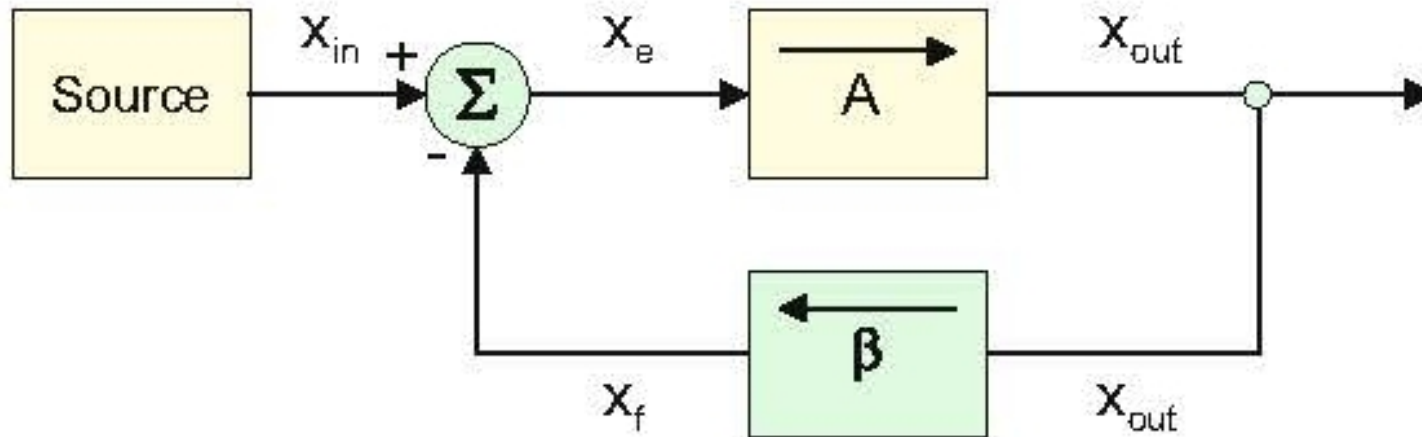
- 組み合わせる。

$$v_{\text{out}} = \frac{R_2}{R_1} \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right) (v_a - v_b)$$



## 5.5 一般の帰還システム

### 5.5.1 帰還システムの単一流れ図



- 単一流れ図または制御ブロック図
- $A$  : フォワード利得あるいは開ループ利得

$$x_{\text{out}} = Ax_e$$

- $\beta$  : 帰還利得

$$x_f = \beta x_{\text{out}}$$

- $x_e = x_{\text{in}} - x_f$ .

## 5.5.2 閉ループ利得と誤差信号

- $x_e = x_{\text{in}} - x_f = x_{\text{in}} - \beta x_{\text{out}}$
- $x_{\text{out}} = Ax_e = A(x_{\text{in}} - \beta x_{\text{out}})$
- 従って、次式が成立する。

$$x_{\text{out}} = \frac{A}{1 + \beta A} x_{\text{in}}$$

- $A_{\text{CL}}$  : 閉ループ利得

$$A_{\text{CL}} = \frac{A}{1 + \beta A}$$

- If  $A\beta \gg 1$ ,  $A_{\text{CL}} \simeq \frac{1}{\beta}$

### 誤差信号

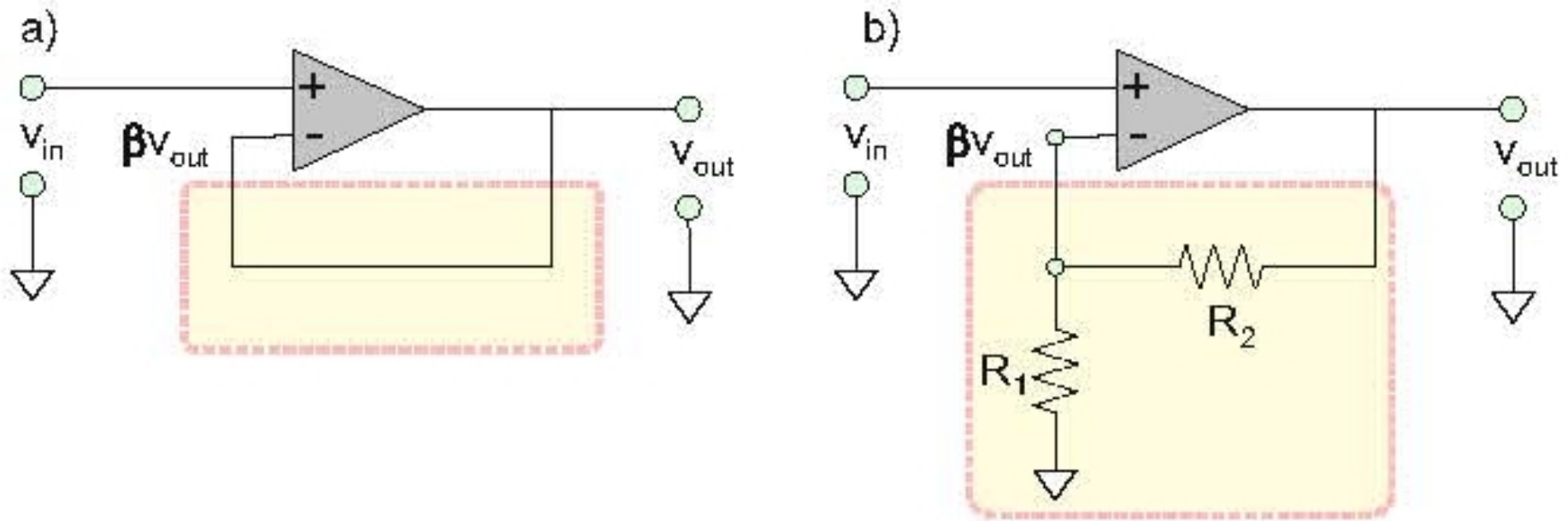
- $x_e = x_{\text{in}} - x_f$  は、(0になるべき) 誤差信号である。

$$x_e = x_{\text{in}} - \beta \frac{A}{1 + \beta A} x_{\text{in}} = \frac{1}{1 + \beta A} x_{\text{in}}$$

- If  $A\beta \gg 1$ ,

$$x_e \simeq 0.$$

### 5.5.3 一般理論の応用：負帰還を持つ電圧増幅器



- 負帰還

- Fig. a)  $\beta = 1$
- Fig. b)

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

● 閉ループ利得：

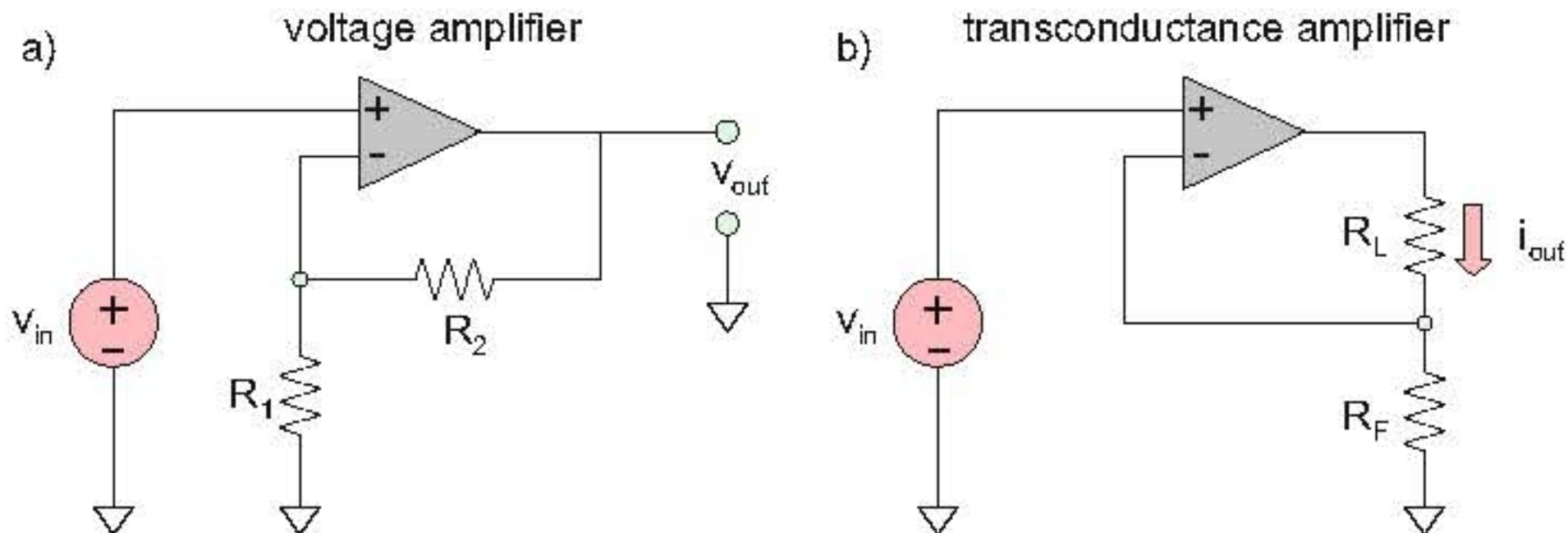
－ Fig. a)

$$A_{\text{CL}} = \frac{A}{1 + A}.$$

－ Fig. b)

$$A_{\text{CL}} = \frac{A}{1 + A \frac{R_1}{R_1 + R_2}}.$$

## 5.5.4 負帰還を持つ，電圧，電流，トランスレジスタンス，トランスコンダクタンス増幅器

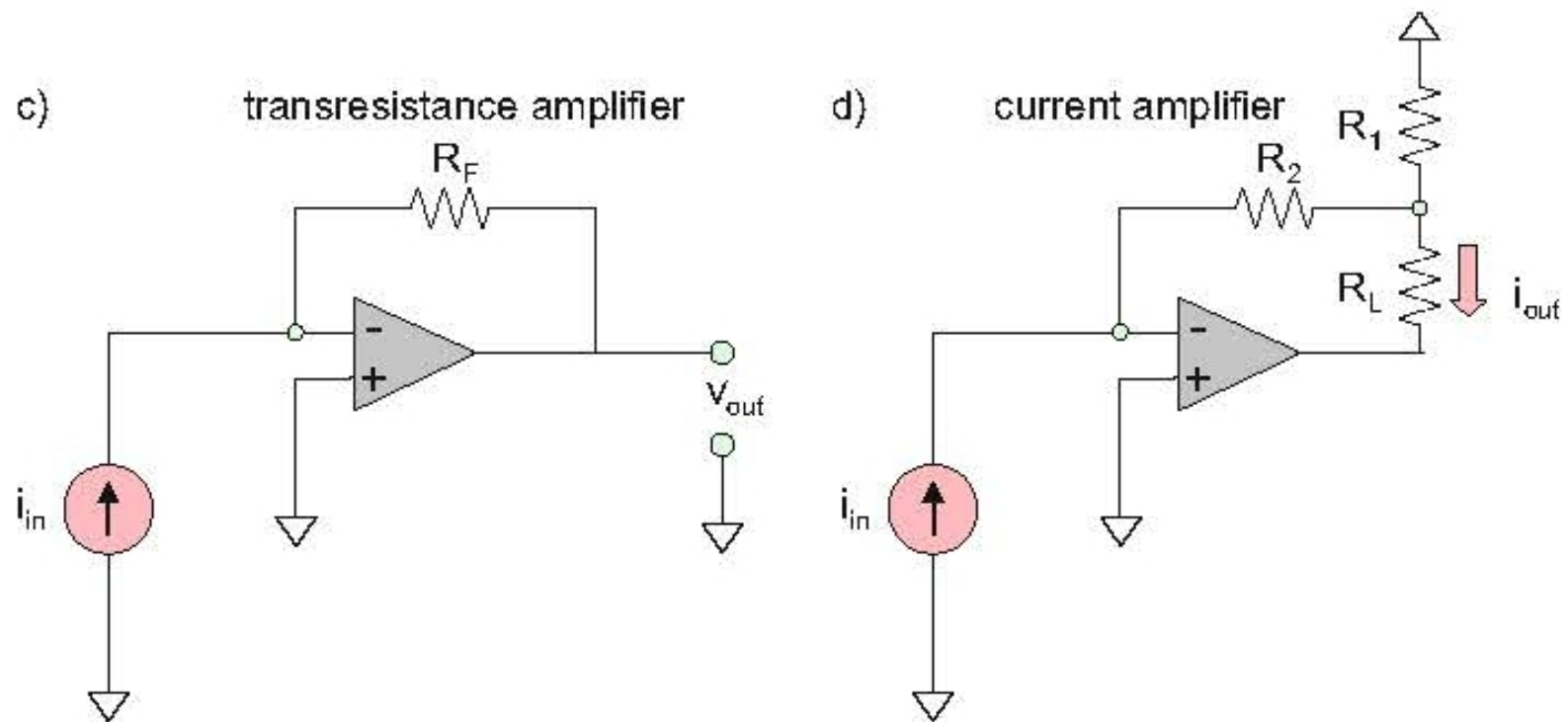


- Fig. a) 電圧増幅器

$$v_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{in}$$

- Fig. b) トランスコンダクタンス増幅器

$$i_{out} = \frac{1}{R_F} v_{in}$$



- Fig. c) トランスレジスタンス増幅器

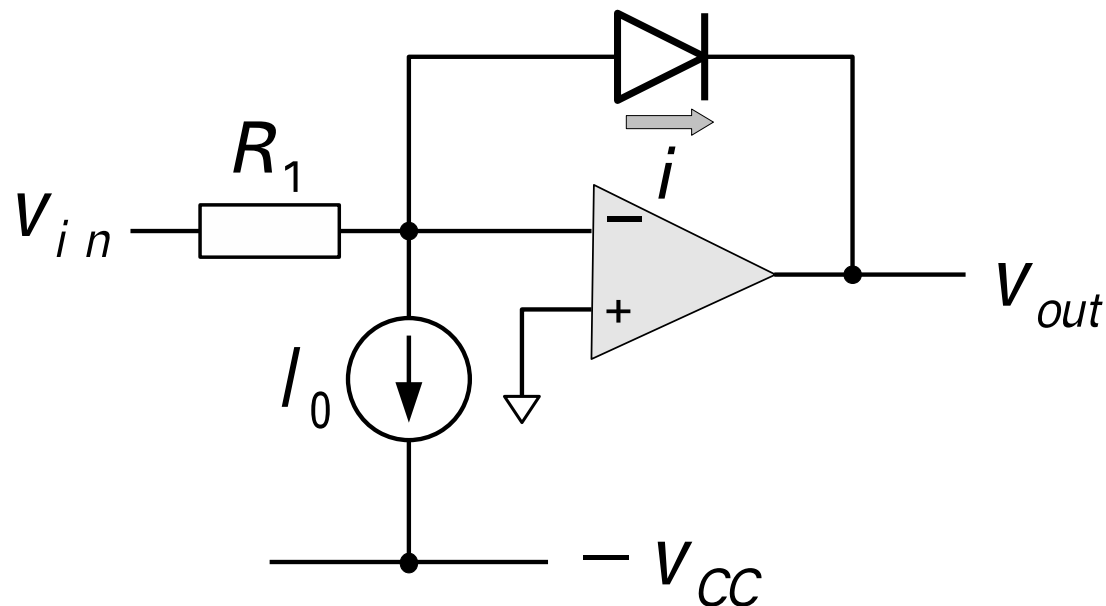
$$v_{out} = -R_F i_{in}$$

- Fig. d) 電流増幅器

$$i_{out} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) i_{in}$$

## 5.6 Log/Exp 回路 (教科書にはない追加)

- ダイオードの  $v-i$  特性 :  $I = I_0(\exp(\alpha V) - 1)$ .



$$i = \frac{v_{in}}{R_1} - I_0 = I_0(\exp(-\alpha v_{out}) - 1)$$

従って, 次式が成立する。

$$v_{out} = -\frac{1}{\alpha} \log_e \frac{v_{in}}{R_1}$$

- Log 回路, Exp 回路, 加算回路を使えば, 乗算回路が実現できる。