

学科・類：

学籍番号：

名前：

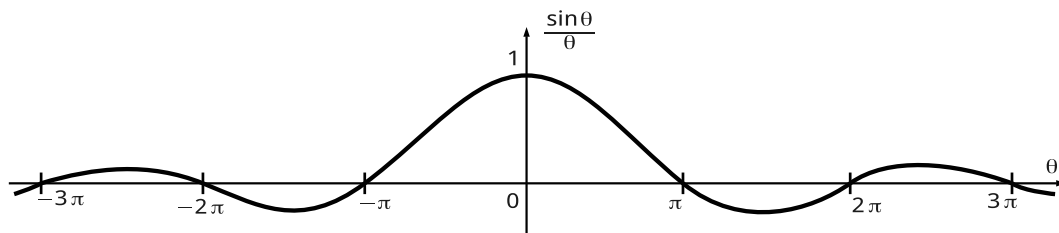
授業中に配布した用紙でない場合は、「コピー」と右上に大きく書くこと。
用紙が足りないときは、裏面を使ってよい。

1. 次の語句を説明しなさい。

1. sinc 関数 (そのグラフの概要を書くこと。)

$$\text{sinc}(t) \equiv \frac{\sin t}{t}$$

で定義される関数である。そのグラフの概形は、



となる。 $t = 0$ において関数値は1で、それはsinc関数の最大値である。 $t = \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi, \dots$ において関数値は0となる。sinc関数をフーリエ変換した関数は、角周波数が -1 から 1 までが π で、それ以外では0となる。

2. ナイキスト周波数 (サンプリング周波数が 8kHz の場合のナイキスト周波数も記すこと)

信号を周期 T (周波数 $1/T$) でサンプルするとき、その周波数の半分の周波数 $1/(2T)$ のことである。従って、サンプリング周波数が 8kHz の場合、ナイキスト周波数は 4kHz になる。

3. 標本化定理 (上記 2 つの記号・用語を使うこと)

関数 $g(t)$ を周期 T で標本化することを考える。信号 $g(t)$ がそのナイキスト周波数 $1/(2T)$ で帯域制限されている場合、すなわち、 $g(t)$ をフーリエ変換した関数 $G(f)$ が、 $|f| \geq 1/(2T)$ で $G(f) = 0$ を満たす場合、次式が成立する。

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT) \text{sinc}\left(\frac{\pi(t - nT)}{T}\right)$$

この式は、 $g(t)$ の標本点 $g(nT)$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) から、 $g(t)$ を再構成できることを意味している。

2. $T = 1/(2M)$ のとき、次式を証明しなさい。

$$T \int_{-M}^M e^{2\pi i f t} df = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T} t\right)}{\frac{\pi}{T} t}$$

$$\begin{aligned}
& T \int_{-M}^M e^{2\pi i f t} df \\
= & T \frac{1}{2\pi i t} \left[e^{2\pi i f t} \right]_{-M}^M \\
= & T \frac{e^{2\pi i M t} - e^{-2\pi i M t}}{2\pi i t} \\
= & T \frac{\sin(2M\pi t)}{\pi t} \\
= & \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)}{\frac{\pi}{T}t}
\end{aligned}$$