通信とネットワーク 期末試験

問１． 本講義の内容に関して，次の文章 (表) の空欄 $\boxed{\text{(1)}}$ ～ $\boxed{\text{(A)}}$ を埋めよ。($2 \times 26 = 52$ 点)

- ディジタル変調方式において，ASK は $\boxed{\text{(a)}}$ の略であり，QPSK は搬送波の $\boxed{\text{(b)}}$ を変化させ，1 つのシンボルで $\boxed{\text{(c)}}$ bit の情報を送ることができる。

- マルチパスは $\boxed{\text{(d)}}$ ことを意味する。マルチパスによって受信端で電波が干渉し，受信電力が小さくなることがある。この影響を軽減するために，複数のアンテナを設置し，その中で受信電力の大きなものを利用する方法を，$\boxed{\text{(e)}}$ と呼ぶ。また，電波の伝搬経路の長さの違いによって $\boxed{\text{(f)}}$ が生じるため，信号と信号の何も送らない時間である $\boxed{\text{(g)}}$ が必要となり，伝送速度が低下する。

- $\boxed{\text{(h)}}$ (具体的に) などに使われている OFDM は $\boxed{\text{(i)}}$ (日本語 or 英語のどちらでもよい) の略であり，サブキャリヤによる周波数帯域に重なりがあるが，それらが $\boxed{\text{(j)}}$ しているため，独立な通信が可能である。多数のサブキャリアを利用する場合，周波数の利用効率はシングルキャリア通信の約 $\boxed{\text{(k)}}$ 倍である。そして，シングルキャリヤ通信に比べて，1 つのサブキャリアによる通信速度が $\boxed{\text{(l)}}$ くなるため，$\boxed{\text{(m)}}$ という利点をもつ。

- スペクトル拡散方式の中で，Bluetooth は $\boxed{\text{(n)}}$ 方式と，第 3 世代携帯電話では $\boxed{\text{(o)}}$ 方式が使われている。

- 情報源 $\mathcal{S}$ のシンボル s_1，s_2，s_3，s_4 を，2 元符号で下の表のように符号化した。空欄に該当する場合は○，該当しない場合は×を記入せよ。

符号語	一意復号可能	瞬時復号可能
'1', '001', '101', '110'	(p)	(q)
'1', '01', '001', '000'	(r)	(s)
'1', '100', '101', '000'	(t)	(u)
'00', '01', '10', '11'	(v)	(w)

- n 個の r 元符号の符号長を l_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ とするとき，一意復号可能な符号が存在するための必要十分条件である $\boxed{\text{(x)}}$ の不等式は $\boxed{\text{(y)}}$ と表される。

- 通信路符号化定理によって，誤りが生じる 2 元対称通信路で，転送速度が $\boxed{\text{(z)}}$ よりも小さければ，いくらでも誤り率を下げることができる符号が存在することが示されている。

問２． 2 元対称通信路 Γ に入力すンボルを 0，1，出力するシンボルを 0， 1 とする。両者を表す確率変数を，それぞれ A, B とする。0 が入力される確率を p で，また，0 が入力されたとき出力が 0 である条件付き確率を P で表す。次の値を，確率を表すものとしては p，$\overline{p}(= 1 - p)$，P，$\bar{P}(= 1 - P)$ だけを使って表せ。(log の底は規定しなくても良い)。($2 \times 9 = 18$ 点)

1) 入力シンボルが 0 で出力シンボルが 0 である同時 (結合) 確率
2) 出力シンボルが 0 である確率
3) 0 が出力されとき入力が 0 である条件付き確率
4) 入力を情報源としたときの情報源のエントロピー $H(\mathcal{A})$
5) 出力を情報源としたときの情報源のエントロピー $H(\mathcal{B})$
6) 入力が与えられるときの出力の条件付きエントロピー $H(\mathcal{B}|\mathcal{A})$
7) 出力が与えられるときの入力の条件付きエントロピー $H(\mathcal{A}|\mathcal{B})$
8) 入力と出力の相互情報量 $I(\mathcal{A}, \mathcal{B})$
9) この通信路の通信容量

なお，$f(p)$ の p を動かしたときの最大値を表す表記 $\max_p f(p)$ を使ってもよい。(**p，$\overline{p}$，P，$\bar{P}$ だけで表せない場合は，適当な確率を定義して式を記しても，70%程度加点する。**)

問３． 連続時間信号 $x(t)$ に対して，標本化時間間隔 T で標本化するときの標本化定理を，式を用いて説明せよ。なお,「ナイキスト周波数」,「帯域制限」を説明し，それを使って標本化定理を説明すること。そして，sinc 関数の記号を使わずに，三角関数を使って記述すること。(15 点)

問４． 情報源 $\mathcal{S}$ の 3 のシンボル s_0, s_1, s_2 に対する，出現確率が $p_0 = 0.7$, $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.1$ であるものとする。このとき以下の問いに答えよ。($3 \times 5 = 15$ 点)

(a) $\mathcal{S}$ のハフマン符号を求めよ (作成するときの図を示すこと)。

(b) (a) で求めた符号の平均符号長を求めよ。

(c) 拡大情報源 $\mathcal{S}^2$ (s_i と s_j を組み合わせたシンボルを s_{ij} で表す) に対するハフマン符号を求よ (図を示すこと)。

(d) (c) で求めた符号の平均符号長 (値は 2.33) を求める式を記せ。

(e) $\mathcal{S}$ のエントロピーは，約 1.157bit となる。(b), (d) で求めた値との関係を論ぜよ (**適切な定理を用いて論じること**)。

解答用紙

学科・類：　　　　　　　　学籍番号：　　　　　　　　名前：

問１.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

(g)

(h)

(i)

(j)

(k)

(l)

(m)

(n)

(o)

(p)　　**(q)**　　**(r)**　　**(s)**　　**(t)**　　**(u)**　　**(v)**　　**(w)**

(x)

(y)

(z)

問２.

解答用紙

学科・類：　　　　　　　　　学籍番号：　　　　　　　　　名前：

問３．

問４.

解答用紙

学科・類：　　　　　　　学籍番号：　　　　　　　名前：

問１.

(a) Amplitude Shift Keying

(b) 位相

(c) 2

(d) 電波が受信端へ複数の経路を通って到達する

(e) ダイバーシティ

(f) 伝送遅延差

(g) ガードインターバル

(h) 無線 LAN，地上波テレビ放送，LTE(4G) の移動体通信

(i) 直交周波数分割多重方式 (Orthogonal frequency division multiplexing)

(j) 直交

(k) 2

(l) 低

(m) 伝送遅延差による (前後の信号が混合するという) 問題の影響が軽減できる

(n) 周波数ホッピング

(o) 直接拡散

(p) × **(q)** × **(r)** ○ **(s)** ○ **(t)** ○ **(u)** × **(v)** ○ **(w)** ○

(x) マクミラン

(y) $\sum_{i=1}^{n} r^{-l_i} \leq 1$

(z) 通信容量

問２.

1) 入力 0 と出力 0 の同時確率分布は，次のようになる。

$$pP$$

2) 0 が出力される確率は，次のようになる。

$$pP+(1-p)(1-P)$$

3) ベイズの定理から，

$$\frac{pP}{pP+(1-p)(1-P)}$$

4) 入力情報源のエントロピーは，次式のようになる。

$$H(\mathcal{A})=-p\log p-(1-p)\log(1-p)$$

5) 出力情報源のエントロピーは，次式のようになる。

$$H(\mathcal{B})=-\{pP+(1-p)(1-P)\}\log\{pP+(1-p)(1-P)\}-\{(1-p)P+p(1-P)\}\log\{(1-p)P+p(1-P)\}$$

6) 入力が与えられたときの出力の条件付きエントロピーは，次式のようになる。

$$H(\mathcal{B}|\mathcal{A})=p\{-P\log P-(1-P)\log(1-P)\}+(1-p)\{-P\log P-(1-P)\log(1-P)\}=-P\log P-(1-P)\log(1-P)$$

7) 出力が与えられたときの入力の条件付きエントロピーは，次式のようになる。

$$\begin{aligned}
H(\mathcal{A}|\mathcal{B}) &= \{pP+(1-p)(1-P)\}\\
&\quad\left\{-\left(\frac{pP}{pP+(1-p)(1-P)}\right)\log\left(\frac{pP}{pP+(1-p)(1-P)}\right)\right.\\
&\quad\left.-\left(\frac{(1-p)(1-P)}{pP+(1-p)(1-P)}\right)\log\left(\frac{(1-p)(1-P)}{pP+(1-p)(1-P)}\right)\right\}\\
&\quad+\{p(1-P)+(1-p)P\}\\
&\quad\left\{-\left(\frac{p(1-P)}{p(1-P)+(1-p)P}\right)\log\left(\frac{p(1-P)}{p(1-P)+(1-p)P}\right)\right.\\
&\quad\left.-\left(\frac{(1-p)P}{p(1-P)+(1-p)P}\right)\log\left(\frac{(1-p)P}{p(1-P)+(1-p)P}\right)\right\}\\
&= -pP\log\left(\frac{pP}{pP+(1-p)(1-P)}\right)-(1-p)(1-P)\log\left(\frac{(1-p)(1-P)}{pP+(1-p)(1-P)}\right)\\
&\quad-p(1-P)\log\left(\frac{p(1-P)}{p(1-P)+(1-p)P}\right)-(1-p)P\log\left(\frac{(1-p)P}{p(1-P)+(1-p)P}\right)
\end{aligned}$$

8) 相互情報量は，$I(\mathcal{A},\mathcal{B})=H(\mathcal{A})-H(\mathcal{A}|\mathcal{B})=H(\mathcal{B})-H(\mathcal{B}|\mathcal{A})$ であるから，後式を使ってようになる。

$$\begin{aligned}
I(\mathcal{A},\mathcal{B}) &= -\{pP+(1-p)(1-P)\}\log\{pP+(1-p)(1-P)\}-\{(1-p)P+p(1-P)\}\log\{(1-p)P+p(1-P)\}\\
&\quad+P\log P+(1-P)\log(1-P)
\end{aligned}$$

9) チャネルキャパシティは，相互情報量の最大値であるから，次式のように書ける。

$$\begin{aligned}
&\max_p[-\{pP+(1-p)(1-P)\}\log\{pP+(1-p)(1-P)\}-\{(1-p)P+p(1-P)\}\log\{(1-p)P+p(1-P)\}\\
&\qquad+P\log P+(1-P)\log(1-P)]
\end{aligned}$$

注意：$P(B=0|A=0)=P(B=1|A=1)$ でも，$P(A=0|B=0)$ と $P(A=1|B=1)$ が等しいとは限らないので注意すること。

解答用紙

学科・類：　　　　　　　学籍番号：　　　　　　　名前：

問３.

標本化周波数 $1/T$ の半分の周波数 $1/(2T)$ をナイキスト周波数と呼ぶ。$x(t)$ のフーリエ変換 $X(f)$ とおく。$x(t)$ がある周波数 W で帯域制限されているとは，$|f| \geq W$ を満たす任意の $|f|$ に対して $X(f) = 0$ が成立することである。

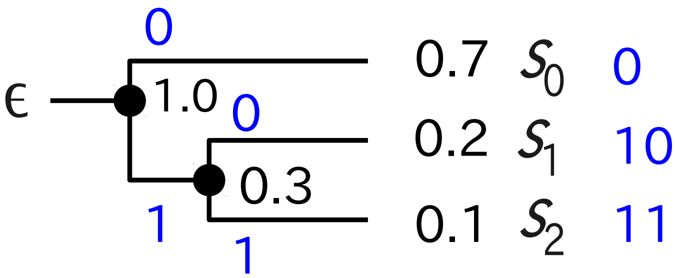
標本化定理は，もし $x(t)$ がナイキスト周波数で帯域制限されていれば，時間間隔の標本点 $x(nT)$ $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ から，次式によってもとの信号を完全に復元できること表している。

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T}(t - nT)\right)}{\frac{\pi}{T}(t - nT)}$$

問４．

(a)

下図のように，s_1，s_2，s_3 に，それぞれ，0，10, 11 を割り振ればよい。

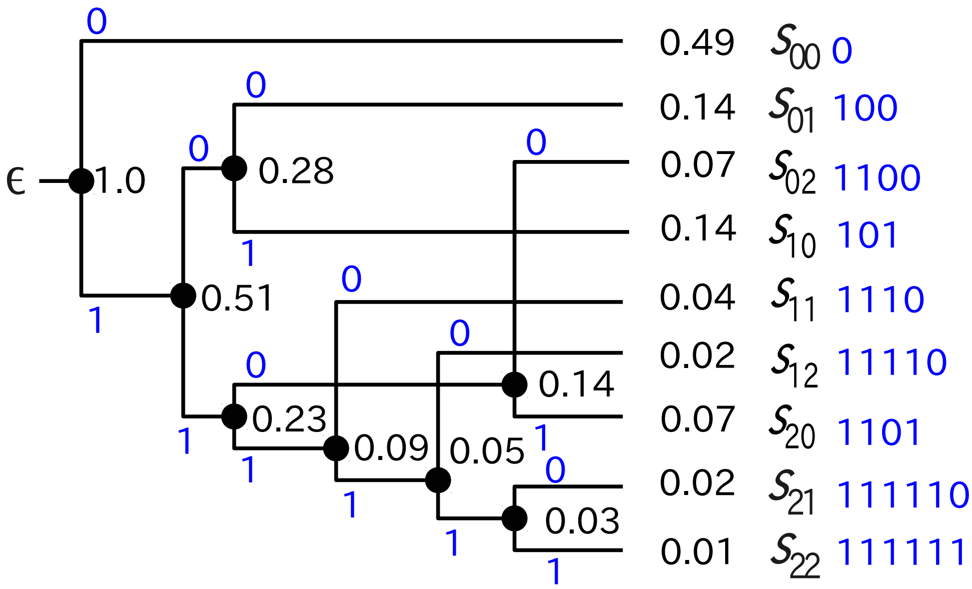


(b) この平均符号長は以下のように求まる。

$$0.7 \times 1 + 0.2 \times 2 + 0.1 \times 2 = 1.3$$

(c)

拡大情報源のシンボル s_{ij} の出現確率 p_{ij} は，$p_{00} = 0.49$，$p_{01} = 0.14$，$p_{02} = 0.07$，$p_{10} = 0.14$，$p_{11} = 0.04$，$p_{12} = 0.02$，$p_{20} = 0.07$，$p_{21} = 0.02$，$p_{22} = 0.01$ となるので，ハフマン符号は下図のようになる (シンボルの順番は入れ替えている)。



(d) この平均符号長は以下のように求まる。

$$0.49 \times 1 + 0.14 \times 3 + 0.07 \times 4 + 0.14 \times 3 + 0.04 \times 4 + 0.02 \times 5 + 0.07 \times 4 + 0.02 \times 6 + 0.01 \times 6 = 2.33$$

(e)

拡大情報源 $\mathcal{S}^2$ を使うと，$\mathcal{S}$ のシンボルあたりの符号長は，平均で $2.33/2 = 1.165$ bit となる。これは，$\mathcal{S}$ を直接ハフマン符号化した場合の，1.3 bit よりも小さく，少ないデータ量で符号化することができる。$\mathcal{S}$ のエントロピーが，約 1.157 bit であるので，**シャノンの情報源符号化定理**より，さらに情報源を拡大すれば，エントロピーに近い値のデータ量で符号化することができる。