通信とネットワーク 期末試験

問１． 本講義の内容に関して，次の文章 (表) の空欄 (a) 〜 (z) を埋めよ。(同じ答えが別の空欄に入ることがある)

- ディジタル変調方式において，搬送波の位相を変化させる方式をアルファベット 3 文字で表すと， (a) 方式と呼ぶ。また，16QAM は搬送波の位相と振幅を変化させ，1 つのシンボルで (b) bit の情報を送ることができる。あるシンボルの振幅が A，位相が ϕ であるときに，そのシンボルを x, y 座標で $x = A\cos\phi$，$y = A\sin\phi$ の点として表すとき，16 個のシンボルを x, y 座標上にプロットすると， (c) のように表される。

- 自動車のテレビのためのアンテナは 2 つ設置されていることがある。これは，電波が複数の経路を通る (d) によって生じる (e) の影響を軽減するためである。

- W-CDMA や Bluetooth に使われている (f) 通信方式は，伝送したい信号の周波数帯域より広い周波数帯域を使って伝送する。その中で，W-CDMA は (g) 方式を，Bluetooth は (h) 方式を使っている。後者は (i) ことによって周波数帯域を広げている。

- OFDM(直交周波数分割多重方式) では，単なるマルチキャリア伝送と異なり，周波数軸上で各サブキャリアによる伝送帯域に重なりが生じているのにも関わらず，それらが (j) しているため，互いに (k) しないという特徴がある。そして，マルチキャリアの利点である，周波数選択性 (l) により伝送できない周波数帯域がある場合も，それ以外の帯域のサブキャリアによって通信ができること，また，マルチキャリア通信であるため，シングルキャリア通信に比べシンボルレートが低下するため，伝送 (m) による時間軸上の干渉に対して頑健になるという特徴を持っている。

- 情報源 $\mathcal{S}$ のシンボル s_1，s_2，s_3，s_4 を，2 元符号で下の表のように符号化した。空欄に該当する場合は○，該当しない場合は×を記入せよ。

符号語	一意復号可能	瞬時復号可能
'01', '011', '0111', '0110'	(n)	(o)
'01', '011', '0101', '0110'	(p)	(q)
'00', '01', '10', '11'	(r)	(s)
'0', '10', '110', '1110'	(t)	(u)

- 通信容量 (チャンネルキャパシティー) とは， (v) を変えたときの， (w) の最大値である。

- n 個の r 符号で，N 個のシンボルを送るときの伝送速度は， (x) である。

- 通信路符号化定理によって，誤りが生じる 2 元対称通信路で， (y) が (z) よりも小さければ，いくらでも誤り率を下げることができる符号が存在することが示されている。

問２． 通信路 Γ に入力するシンボル a_i $(i = 1, 2, \ldots, r)$ と，出力されるシンボル b_j $(i = 1, 2, \ldots, r)$ を考える。両者を表す確率変数を，それぞれ A，B とする。a_i と b_j が出現する結合 (同時) 確率 $P(A = a_i, B = b_j)$ を R_{ij} で表す。このとき，1) a_i の出現確率，2) b_j の出現確率，3) b_j が出力されとき入力が a_i である条件付き確率 $P(A = a_i|B = b_j)$，4) 入力を情報源としたときのエントロピー，5) 出力が与えられるときの入力の条件付きエントロピー，6) 入力と出力の相互情報量を，確率を表すものとしては R_{ij} だけを使って表しなさい。(log の底は規定しなくても良い。R_{ij} だけで表せない場合は，適当な確率を定義して式を記しても，70%程度加点する。)

問 3． PSK を使った 2 チャンネル OFDM において，信号を伝送することを考える。それぞれのチャンネルで，位相 ϕ_1 と ϕ_2 が伝送する信号を表すものとする。変調された信号は，$\sin(2\pi f_1 t + \phi_1)$，$\sin(2\pi f_2 t + \phi_2)$ になる。チャンネルの分離を高精度で行うためには，これらの信号が直交している必要がある。すなわち，1 つのシンボルを時間間隔 T で送るものとすれば，任意の ϕ_1，ϕ_2 に対して，

$$\int_0^T \sin(2\pi f_1 t + \phi_1) \cdot \sin(2\pi f_2 t + \phi_2)\, dt = 0$$

が成立する必要がある。三角関数の積を和の形に直すと，周波数の和の成分と差の成分の和とすることができる。周波数の和の成分は，周波数の低い部分だけを通すフィルタを使えば除去できるので，周波数の差の成分に対して上式が成り立てば良い。これが成立するためのの $|f_1 - f_2|$ に対する条件を求め，$|f_1 - f_2|$ の最小値を求めよ。

問 4． 情報源 $\mathcal{S}$ の 3 のシンボル s_0, s_1, s_2 に対する，出現確率が $p_0 = 0.5$, $p_1 = 0.4$, $p_2 = 0.1$ であるものとする。このとき以下の問いに答えよ。

(a) $\mathcal{S}$ のハフマン符号を求めよ (作成するときの図を示すこと)。

(b) (a) で求めた符号の平均符号長を求めよ。

(c) 拡大情報源 $\mathcal{S}^2$ (s_i と s_j を組み合わせたシンボルを s_{ij} で表す) に対するハフマン符号を求よ (図を示すこと)。

(d) (d) で求めた符号の平均符号長 (値は 2.78) を求める式を記せ。

(e) $\mathcal{S}$ のエントロピーは，約 1.3610 [bit] となる。(b), (d) で求めた値との関係を論ぜよ (**適切な定理を用いて論じること**)。

解答用紙

学科・類：　　　　　学籍番号：　　　　　名前：

問１.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

(g)

(h)

(i)

(j)

(k)

(l)

(m)

(n)　**(o)**　**(p)**　**(q)**　**(r)**　**(s)**　**(t)**　**(u)**

(v)

(w)

(x)

(y)

(z)

問２.

問３．

問４．

解答例

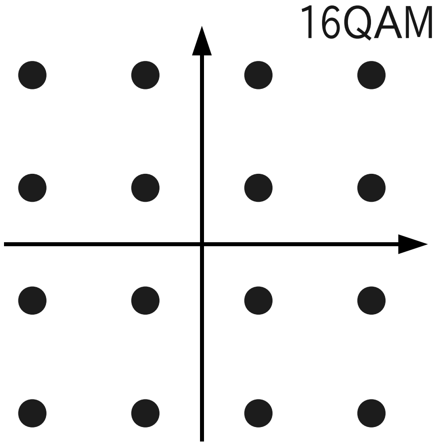
学科・類：　　　　　　　学籍番号：　　　　　　　名前：

問１.

(a) PSK

(b) 4

(c)



(d) マルチパス

(e) フェージング

(f) スペクトル拡散

(g) 直接拡散

(h) 周波数ホッピング

(i) 搬送波周波数を短い時間で切り替える

(j) 直交

(k) 干渉

(l) フェージング

(m) 遅延差

(n) ○　**(o)** ×　**(p)** ×　**(q)** ×　**(r)** ○　**(s)** ○　**(t)** ○　**(u)** ○

(v) 入力アルファベットの出現確率

(w) 相互情報量

(x) $(\log_r N)/n$

(y) 伝送速度

(z) 通信容量

問２．

1) 入力シンボル a_i の出現確率 p_i は，次式のようになる。

$$p_i = \sum_{j=1}^{s} R_{ij}$$

2) 出力シンボル b_i の出現確率 q_i は，次式のようになる。

$$q_i = \sum_{i=1}^{r} R_{ij}$$

3) $P(A = a_i|B = b_j)P(B = b_j) = P(A = a_i, B = b_j) = R_{ij}$ であるから，

$$P(A = a_i|B = b_j) = \frac{R_{ij}}{\sum_{i=1}^{r} R_{ij}}$$

4) 入力情報源のエントロピーは，$H(\mathcal{A}) = -\sum_{i=1}^{r} p_i \log p_i$ であるから，次式のようになる。

$$H(\mathcal{A}) = -\sum_{i=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} R_{ij} \right) \log \left(\sum_{j=1}^{s} R_{ij} \right)$$

5) 出力が与えられたときの入力の条件付きエントロピーは，次式のようになる。

$$\begin{aligned}
H(\mathcal{A}|\mathcal{B}) &= \sum_{j=1}^{r} q_j H(\mathcal{A}|b_j) \\
&= \sum_{j=1}^{r} q_j \left(-\sum_{i=1}^{r} P(A = a_i|B = b_j) \log P(A = a_i|B = b_j) \right) \\
&= -\sum_{j=1}^{r} \left(\sum_{k=1}^{r} R_{kj} \right) \left(\sum_{i=1}^{r} \left(\frac{R_{ij}}{\sum_{k=1}^{r} R_{kj}} \right) \log \left(\frac{R_{ij}}{\sum_{k=1}^{r} R_{kj}} \right) \right) \\
&= -\sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{r} R_{ij} \log \left(\frac{R_{ij}}{\sum_{k=1}^{r} R_{kj}} \right)
\end{aligned}$$

6) 相互情報量は，$I(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = H(\mathcal{A}) - H(\mathcal{A}|\mathcal{B})$ であるから，次式のようになる。

$$I(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = -\sum_{i=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} R_{ij} \right) \log \left(\sum_{j=1}^{s} R_{ij} \right) + \sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{r} R_{ij} \log \left(\frac{R_{ij}}{\sum_{k=1}^{r} R_{kj}} \right)$$

問３．

$$\begin{aligned}&\sin(2\pi f_1 t+\phi_1)\sin(2\pi f_2 t+\phi_2)\\ =\ &\frac{1}{2}\left\{\cos\left(2\pi(f_2-f_1)t+\phi_2-\phi_1\right)-\cos\left(2\pi(f_2+f_1)t+\phi_2+\phi_1\right)\right\}\end{aligned}$$

となるので，

$$\int_0^T \cos\left(2\pi(f_0-f_1)t+\phi_0-\phi_1\right)\,dt=0$$

が成立すれば良い。従って，

$$\begin{aligned}&\int_0^T \cos\left(2\pi(f_0-f_1)t+\phi_0-\phi_1\right)\,dt\\ =\ &\left[\frac{\sin\left(2\pi(f_2-f_1)t+\phi_2-\phi_1\right)}{2\pi(f_2-f_1)}\right]_0^T\\ =\ &\frac{1}{2}\left\{\sin\left(2\pi(f_2-f_1)T+\phi_2-\phi_1\right)-\sin(\phi_2-\phi_1)\right\}\\ =\ &2\sin\left(\frac{2\pi(f_2-f_1)T}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi(f_2-f_1)T+2(\phi_2-\phi_1)}{2}\right)\end{aligned}$$

となる。これが，任意の ϕ_1，ϕ_2 に対して 0 となるためには，整数 n に対して，

$$\frac{2\pi(f_2-f_1)T}{2}=n\pi$$

となるから，

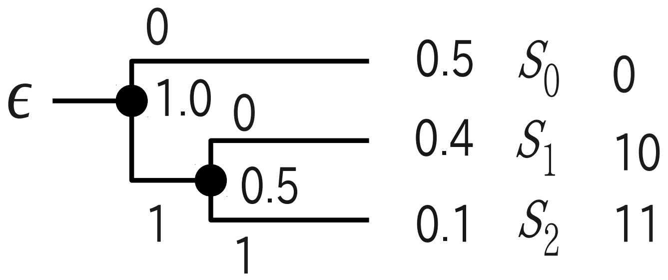
$$f_2-f_1=\frac{n}{T}$$

となる。従って，$|f_2-f_1|$ の最小値は $1/T$ となる。

問４．

(a)

下図のように，s_1，s_2，s_3 に，それぞれ，0，10, 11 を割り振ればよい。

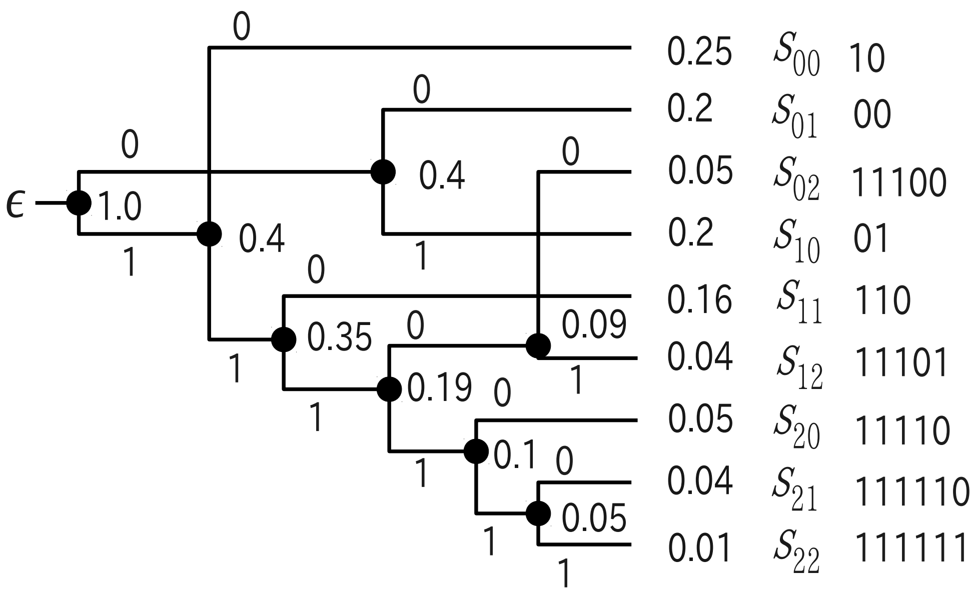


(b) この平均符号長は以下のように求まる。

$$0.5 \times 1 + 0.4 \times 2 + 0.1 \times 2 = 1.5$$

(c)

拡大情報源のシンボル s_{ij} の出現確率 p_{ij} は，$p_{00} = 0.25$，$p_{01} = 0.2$，$p_{02} = 0.05$，$p_{10} = 0.2$ ，$p_{11} = 0.16$，$p_{02} = 0.04$，$p_{20} = 0.05$，$p_{32} = 0.04$，$p_{02} = 0.01$ となるので，ハフマン符号は下図のようになる。



(d) この平均符号長は以下のように求まる。

$$0.25 \times 2 + 0.2 \times 2 + 0.05 \times 5 + 0.2 \times 2 + 0.16 \times 3 + 0.04 \times 5 + 0.05 \times 4 + 0.04 \times 6 + 0.01 \times 6 = 2.78$$

(e)

拡大情報源 $\mathcal{S}^2$ を使うと，$\mathcal{S}$ のシンボルあたりの符号長は，平均で $2.78/2 = 1.39$ [bit] となる。これは，$\mathcal{S}$ を直接ハフマン符号化した場合の，1.5 [bit] よりも小さく，少ないデータ量で符号化することができる。$\mathcal{S}$ のエントロピーが，約 1.361 [bit] であるので，**シャノンの情報源符号化定理**より，さらに情報源を拡大すれば，エントロピーに近い値のデータ量で符号化することができる。