通信とネットワーク 期末試験

問１． 本講義の内容に関して，次の文章 (表) の空欄 $\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(x)}}$ を埋めよ。(同じ答えが別の空欄に入ることがある)

- ディジタル変調方式の PSK は， $\boxed{\text{(a)}}$ を略したもの (日本語も可) である。入力信号の値に応じて， $\boxed{\text{(b)}}$ の $\boxed{\text{(c)}}$ を変化させるものである。
- 16QAM は， $\boxed{\text{(b)}}$ の $\boxed{\text{(d)}}$ と $\boxed{\text{(e)}}$ を変化させ，一つのシンボルで， $\boxed{\text{(f)}}$ bit の情報を送ることができる。
- 電波伝搬において，送信された電波が複数の経路を通って受信されることを， $\boxed{\text{(g)}}$ と呼ぶ。これが生じると，経路の違いにより，電波が強めあったり弱めあったりして， $\boxed{\text{(h)}}$ という現象が生じる。
- スペクトル拡散通信方式は，伝送したい信号よりも周波数帯域を $\boxed{\text{(i)}}$ て伝送する方式である。その中に， $\boxed{\text{(j)}}$ と $\boxed{\text{(k)}}$ の 2 つの方式があり，前者は $\boxed{\text{(l)}}$ などで使われ，後者は Bluetooth などで使われている。
- OFDM(直交周波数分割多重方式) では，単なるマルチキャリア伝送と異なり，周波数軸上で各サブキャリアによる伝送帯域に重なりが生じているのにも関わらずそれらが， $\boxed{\text{(m)}}$ しているため，互いに干渉しないという特徴がある。また，シングルキャリア通信に比べシンボルレートが低下するため，伝送 $\boxed{\text{(n)}}$ による時間軸上の干渉に対して頑健になるという特徴を持っている。
- 情報源 $\mathcal{S}$ のシンボル s_1，s_2，s_3，s_4 を，2 元符号で下の表のように符号化した。空欄に該当する場合は○，該当しない場合は×を記入せよ。

符号語	一意復号可能	瞬時復号可能
’00’, ’01’, ’10’, ’11’	(o)	(p)
’0’, ’01’, ’011’, ’0111’	(q)	(r)
’0’, ’10’, ’110’, ’1110’	(s)	(t)
’1’, ’10’, ’11’, ’100’	(u)	(v)

- 通信路符号化定理では，誤りが生じる 2 元対称通信路で， $\boxed{\text{(w)}}$ が $\boxed{\text{(x)}}$ よりも小さければ，いくらでも誤り率を下げることができる符号が存在することが示されている。

問２． エントロピー，条件付きエントロピー，相互情報量に関して式を使って説明しなさい。

問３． 時間幅 T で周波数 f_c の搬送波で変調された次のパルス $x(t)$ を考える。

$$x(t) = \begin{cases} \cos 2\pi f_c t & (-\frac{1}{2}T \le t \le \frac{1}{2}T) \\ 0 & (\text{else}) \end{cases}$$

$x(t)$ のフーリエ変換 $X(f)$ を計算せよ。また，$f_c = 100/T$ のときに $X(f)$ を図示せよ (図で書くところは，$f > 0$ の領域で，$X(f)$ が大きなところだけでよい。また値が小さくなる項は無視してよい)。ヒント：次式を計算すればよい。

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-2\pi i f t} dt = \int_{-T/2}^{T/2} (\cos 2\pi f_c t)\, e^{-2\pi i f t} dt$$

また，$\cos 2\pi f_c t = (e^{2\pi i f_c t} + e^{-2\pi i f_c t})/2$ を使う。

問４． 情報源 $\mathcal{S}$ の 3 のシンボル s_0, s_1, s_2 に対する，出現確率が $p_0 = 0.7$, $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.1$ であるものとする。このとき以下の問いに答えよ。

(a) $\mathcal{S}$ のハフマン符号を求めよ (作成するときの図を示すこと)。

(b) (a) で求めた符号の平均符号長を求めよ。

(c) 拡大情報源 $\mathcal{S}^2$ (s_i と s_j を組み合わせたシンボルを s_{ij} で表す) に対するハフマン符号を求よ (図を示すこと)。

(d) (d) で求めた符号の平均符号長 (値は 2.33) を求める式を記せ。

(e) $\mathcal{S}$ のエントロピーは，約 1.1568 [bit] となる。(b), (d) で求めた値との関係を論ぜよ (**適切な定理を用いること**)。

謝辞：問１は内山君をはじめとして多数の方々の問題を利用させて頂きました。

解答用紙

学科・類：　　　　　　　学籍番号：　　　　　　　名前：

問１.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

(g)

(h)

(i)

(j)

(k)

(l)

(m)

(n)

(o)

(p)

(q)

(r)

(s)

(t)

(u)

(v)

(w)

(x)

問２.

問３.

問４．

解答例

学科・類：　　　　　　　学籍番号：　　　　　　　名前：

問１.

(a) Phase Shift Keying

(b) 搬送波 (キャリア)

(c) 位相

(d) 位相

(e) 振幅 ((d) と (e) は逆でも可)

(f) 4

(g) マルチパス

(h) フェージング

(i) 広げ

(j) 直接拡散方式

(k) 周波数ホッピング方式

(l) W-CDMA, 携帯電話など

(m) 直交

(n) 遅延差

(o) ○

(p) ○

(q) ○

(r) ×

(s) ○

(t) ○

(u) ×

(v) ×

(w) 伝送速度 (伝送レート)

(x) 通信容量 (チャネルキャパシティ)

問２.

エントロピーは，情報源が発するシンボル１つの平均的な情報量 (シンボルを知ることによって解消される不確実さ) である。情報源 $\mathcal{S}$ のシンボル s_i $(i = 1, 2, \ldots, q)$ の出現確率を p_i とすれば，s_i の情報量が $-\log_r p_i$ となり，エントロピー $H(\mathcal{S})$ は次に示すその平均値となる。

$$H(\mathcal{S}) = -\sum_{i=1}^{q} p_i \log p_i$$

２つの情報源 $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ があるときに，$\mathcal{B}$ に対する $\mathcal{A}$ の条件付きエントロピー $H(\mathcal{A}\,|\,\mathcal{B})$ は，$\mathcal{B}$ のシンボルを知ったときに残っている $\mathcal{A}$ のシンボルの平均的な情報量を表す。$\mathcal{A}$，$\mathcal{B}$ のシンボルを，それぞれ，a_i，b_j で表わし，q_j でシンボル b_j が得られる確率，Q_{ij} でシンボル b_j が得られたときの a_i の条件付き確率を表すものとする。このとき，b_j が得られたときの $\mathcal{A}$ のエントロピーは，$\sum_i Q_{ij} \log Q_{ij}$ となる。これを，b_j の出現確率で平均した

$$H(\mathcal{A}\,|\,\mathcal{B}) = -\sum_j q_j \sum_i Q_{ij} \log Q_{ij}$$

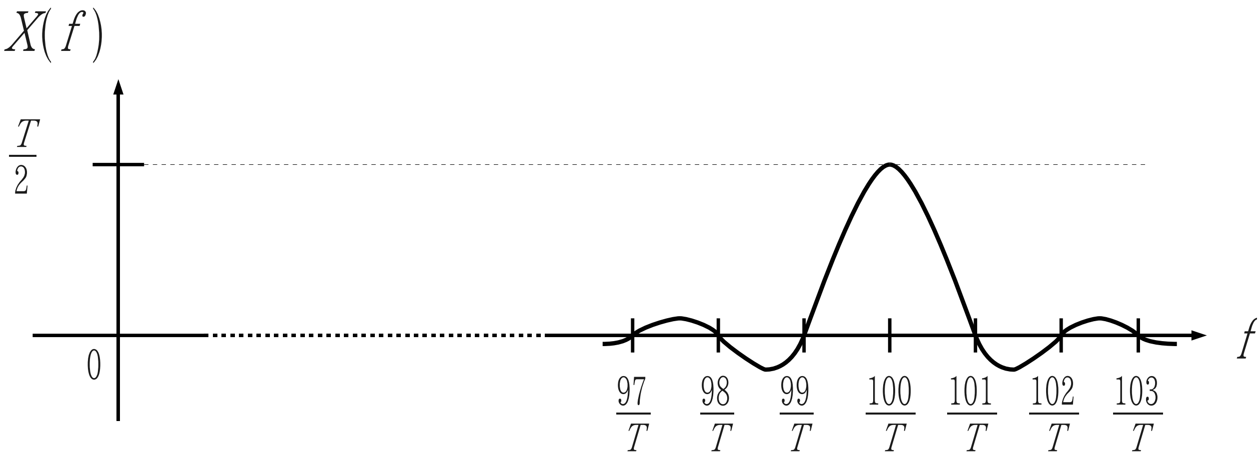
が，$H(\mathcal{A}\,|\,\mathcal{B})$ の定義となる。

２つの情報源 $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ があるときに，相互情報量 $I(A, B)$ は，$\mathcal{B}$ のシンボルを知ることによって減少する $\mathcal{A}$ のシンボルの平均的な不確実さである。または，$\mathcal{B}$ のシンボルが持つ $\mathcal{A}$ のシンボルに関する平均的な情報量であり，$\mathcal{A}$ のエントロピーと $\mathcal{B}$ に対する $\mathcal{A}$ の条件付きエントロピーを使って，次式で定義される。

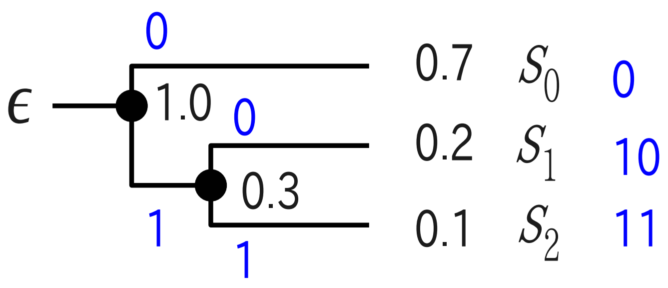
$$I(A, B) = H(\mathcal{A}) - H(\mathcal{A}\,|\,\mathcal{B})$$

問３．

$$
\begin{aligned}
X(f) &= \int_{-T/2}^{T/2} (\cos 2\pi f_c t) e^{-2\pi i f t} dt \\
&= \int_{-T/2}^{T/2} \frac{e^{2\pi i f_c t} + e^{-2\pi i f_c t}}{2} e^{-2\pi i f t} dt \\
&= \frac{1}{2} \int_{-T/2}^{T/2} (e^{-2\pi i (f+f_c)t} + e^{-2\pi i (f-f_c)t}) dt \\
&= \frac{1}{-4\pi i (f+f_c)} \left[e^{-2\pi i (f+f_c)t} \right]_{-T/2}^{T/2} + \frac{1}{-4\pi i (f-f_c)} \left[e^{-2\pi i (f-f_c)t} \right]_{-T/2}^{T/2} \\
&= \frac{1}{-4\pi i (f+f_c)} (e^{-\pi i (f+f_c)T} - e^{\pi i (f+f_c)T}) + \frac{1}{-4\pi i (f-f_c)} (e^{-\pi i (f-f_c)T} - e^{\pi i (f-f_c)T}) \\
&= \frac{T}{2} \frac{1}{\pi (f+f_c)T} \sin \pi (f+f_c)T + \frac{T}{2} \frac{1}{\pi (f+f_c)T} \sin \pi (f-f_c)T \\
&= \frac{T}{2} \{ \mathrm{sinc}(\pi (f+f_c)T) + \mathrm{sinc}(\pi (f-f_c)T) \}
\end{aligned}
$$



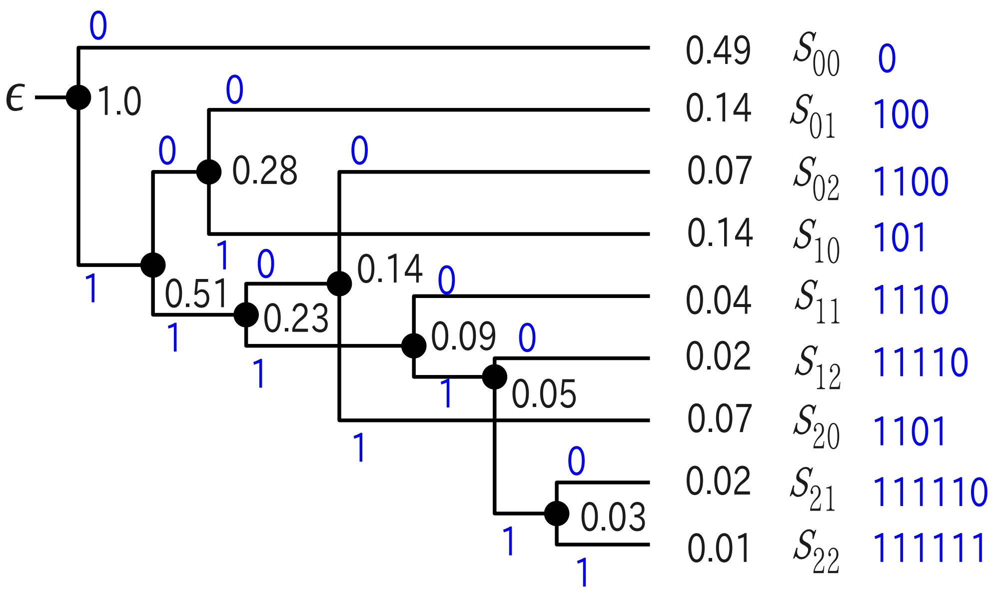
問４．
(a)
下図のように，s_1，s_2，s_3 に，それぞれ，0，10, 11 を割り振ればよい。



(b) この平均符号長は以下のように求まる。

$$0.7 \times 1 + 0.2 \times 2 + 0.1 \times 2 = 1.3$$

(c)
拡大情報源のシンボル s_{ij} の出現確率 p_{ij} は，$p_{00} = 0.49$，$p_{01} = 0.14$，$p_{02} = 0.07$，$p_{10} = 0.14$，$p_{11} = 0.04$，$p_{02} = 0.02$，$p_{20} = 0.07$，$p_{32} = 0.02$，$p_{02} = 0.01$ となるので，ハフマン符号は下図のようになる。



(d) この平均符号長は以下のように求まる。

$$0.49 \times 1 + 0.14 \times 3 + 0.07 \times 4 + 0.14 \times 3 + 0.04 \times 4 + 0.02 \times 5 + 0.07 \times 4 + 0.02 \times 6 + 0.01 \times 6 = 2.33$$

(e)
拡大情報源 $\mathcal{S}^2$ を使うと，$\mathcal{S}$ のシンボルあたりの符号長は，平均で $2.33/2 = 1.165$ [bit] となる。これは，$\mathcal{S}$ を直接ハフマン符号化した場合の，1.3 [bit] よりも小さく，少ないデータ量で符号化することができる。$\mathcal{S}$ のエントロピーが，約 1.156 [bit] であるので，**シャノンの情報源符号化定理**より，さらに情報源を拡大すれば，エントロピーに近い値のデータ量で符号化することができる。