

専門科目（午前）

27 大修

国際開発工学

時間 9:30~12:30

注意事項

1. 次の

- [1] 国際開発に関する基礎知識, [2] 微分積分学,  
[3] 線形代数学, [4] 確率・統計, [5] 力学,  
[6] 電気磁気学, [7] 熱力学 の中から,

4 題を選択して解答せよ。

2. 解答は 1 題ごとに別々の解答用紙(各題 1 枚)に記入せよ。  
3. 各解答用紙に必ず問題番号及び受験番号を記入せよ。  
4. 定規, コンパス, 電卓は使用不可である。

## 問題 [1]

以下の枠内の文章は、“進化する ODA ～世界と日本の未来のために～”と題された、日本の岸田文雄外務大臣によるスピーチ（2014 年 4 月 4 日）の一部である（外務省ホームページより引用。なお、下線は本問題のために追記したものである）。

(前略)

### (2) 2015 年の国際的な位置づけと日本の貢献

そういった中、来年 2015 年は、世界にとりまして大変大きな節目の年になるのではないかと感じています。戦後 70 年、国連創設 70 年、あるいは日韓国交正常化 50 年等々、様々な節目の年となります。その中で、開発の分野ということを考えましても、来年 2015 年は国際社会で取り組んできた、(1)  の達成期限であり、そしてポスト (空欄(1)の英語の略語)、新たな開発目標が策定される年であり、また、(1) 気候変動に関する 2020 年以降の新しい国際枠組が決まる年でもあり、あるいは、仙台で国連防災世界会議が開催される、こういった年でもあります。

この開発の分野にとりましても、2015 年、大変大きな年になると感じていますが、こうした (2) 国際的な諸課題、特にこの開発の分野において、日本がしっかり取り組んでいくための最大のツールが ODA ということになります。我が国の ODA 大綱、1992 年に作られました。そして 2003 年に一度改定されてから 10 年以上が経っています。2015 年、この大きな年を見据えて、また、2003 年以降の日本及び国際社会の大きな変化を踏まえて、ODA60 周年の本年、ODA 大綱の見直しを行う、改正することをここで発表したいと考えております。

(以下略)

上記の文章を読み、以下の 3 つの問い (1. ～3. ) に解答せよ。

1. 空欄(1)を埋める国際的な開発目標の名称を、日本語あるいは英語で記述せよ。また、該当する目標には 8 つの具体的な目標が設定されている。8 つの目標のうち、任意の 2 つの目標をあげて、その内容を簡潔に説明せよ。
2. 下線部(1)に関して、現在議論となっている新しい国際枠組みを決める交渉プロセスは参加各国の利害が対立し、紛糾している。この対立について、開発途上国と先進国の関係に着目し、その争点の背景の概要について、300 字程度で記述せよ。
3. 下線部(2)に関して、日本 (外国籍の受験者においては日本あるいは出身国) は今後どのように国際的諸課題に取り組むべきと考えるか、開発の分野における具体的な国際的課題を 1 つ取り上げて、その課題に関連する適切なキーワードを 3 つ設定して、これら 3 つのキーワードを含む自らの意見を 300 字程度で記述せよ。

## 問題 [2]

1. 以下の常微分方程式の厳密解を求めよ。虚数を使わずに表すこと。

(1)  $f''(t) + 6f'(t) + 9f(t) = 0$ ,  $f(0) = -1$ ,  $f'(0) = 3$

(2)  $f''(t) - f(t) = 2t$ ,  $f(0) = -1$ ,  $f'(0) = 4$

(3)  $f''(t) + 16f(t) = 2\sin 4t$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) = 0$

2.  $T(x, t)$ に関する偏微分方程式(a)について答えよ。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (0 \leq x \leq 1) \quad (a)$$

初期条件は,  $T(x, 0) = \sin \pi x + \sin 2\pi x$ ,

境界条件は,  $T(0, t) = T(1, t) = 0$ ,

$t$ は時間,  $x$ は1次元座標,  $\pi$ は円周率, とする。

(1)  $T(x, t) = A(x)B(t)$ とにおいて上記の偏微分方程式(a)に代入し, 実数 $\lambda$ を導入して以下のように変形する。与えられている記号を用いて, 括弧 [ ] 内を $x$ のみの関数として表せ。

$$\frac{B'(t)}{B(t)} = [ \quad ] = -\lambda^2$$

(2) 上記(1)を利用して $A(x)$ ,  $B(t)$ それぞれの常微分方程式の一般解を求めよ。ただし, 虚数を使わずに表すこと。

(3)  $T(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\pi x) \exp(-(n\pi)^2 t)$ が偏微分方程式(a)の解となることを説明せ

よ。ただし,  $n$ は正の整数,  $A_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )はそれぞれの $n$ に対応する定数。

(4) 初期条件と境界条件を満足する式(a)の厳密解を求めよ。

(5) 初期条件の右辺の2つの正弦波は, 時間経過と共にどちらが早く減衰していくか, 理由とともに述べよ。

### 問題 [3]

次の行列に関する問いに答えよ。解答には計算過程を示すこと。なお、単位行列を  $I$  で表すことにする。

1. 次の行列  $A$  の固有多項式  $f(\lambda)$  を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. 方程式  $f(\lambda) = 0$  より、2つの固有値を求めよ。また、それらの固有値から2つの固有ベクトルを求めよ。
3. 固有ベクトルを列ベクトルで表すことにする。その2つの固有ベクトルを並べてできる2行2列の行列を  $P$  とするとき、 $P^{-1}AP$  を求めよ。
4. 3.の結果を使って、 $A^n$  を求めよ。
5. 一般に、 $\lambda$  の  $n$  次多項式  $g(\lambda) = a_n\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + a_1\lambda + a_0$  の変数  $\lambda$  に、変数となる正方行列  $X$  を代入して、多項式を行列多項式に拡張することができる。 $g(\lambda)$  の場合、得られる行列多項式は、 $g(X) = a_nX^n + a_{n-1}X^{n-1} + \cdots + a_1X + a_0I$  となる。1. で求めた固有多項式  $f(\lambda)$  を行列多項式に拡張し、その変数となる行列  $X$  に、1. で与えた行列  $A$  を代入して得られる行列を求めよ。

6. 5.の結果を使って、

$$A(A - 2I) = 3(A - 2I)$$

となることを証明せよ。

7. 6.の結果を使って、 $A^n$  を求めよ。

## 問題 [4]

ある都市では都心と空港を結ぶ直通列車が等間隔で運行されている。空港方面に向かう乗客が直通列車のホームに到着する過程はポアソン過程であり、平均到着率は1分あたり1.5人とする。直通列車の定員を100人とする。ただし、定員を超えた場合も乗客は全員その列車に搭乗することとする。次の問いに答えよ。なお、必要に応じて表4-1および表4-2を使用してよい。

- ある1列車において、定員を超過する確率を10%未満とする問題を、運行間隔を $t$ 、乗客数を $x$ として、ポアソン分布を用いて示せ。
- 各列車の乗客数が正規分布に従い、その平均値と標準偏差が、それぞれ上記のポアソン分布から得られるものと等しいと仮定する。定員を超過する確率を10%未満とするには、特急列車を最長で何分間隔で発車させる必要があるか。その近似解を求めよ。
- 定員を超過する確率を10%としたとき、連続して発車する4列車のうち1列車だけが定員を超える確率を求めよ。また、連続して発車する4列車のうち少なくとも1列車が定員を超える確率を求めよ。

表4-1 標準正規分布表  $(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx)$  の一部

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9872	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986

(次のページに続く)

表 4-2 指数関数表 ( $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ ) の一部

$x$	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
1.00	0.3679	0.3675	0.3671	0.3668	0.3664	0.3660	0.3657	0.3653	0.3649	0.3646
1.01	0.3642	0.3639	0.3635	0.3631	0.3628	0.3624	0.3620	0.3617	0.3613	0.3610
1.02	0.3606	0.3602	0.3599	0.3595	0.3592	0.3588	0.3584	0.3581	0.3577	0.3574
1.03	0.3570	0.3567	0.3563	0.3559	0.3556	0.3552	0.3549	0.3545	0.3542	0.3538
1.04	0.3535	0.3531	0.3527	0.3524	0.3520	0.3517	0.3513	0.3510	0.3506	0.3503
1.05	0.3499	0.3496	0.3492	0.3489	0.3485	0.3482	0.3478	0.3475	0.3471	0.3468
1.06	0.3465	0.3461	0.3458	0.3454	0.3451	0.3447	0.3444	0.3440	0.3437	0.3434
1.07	0.3430	0.3427	0.3423	0.3420	0.3416	0.3413	0.3410	0.3406	0.3403	0.3399
1.08	0.3396	0.3393	0.3389	0.3386	0.3382	0.3379	0.3376	0.3372	0.3369	0.3366
1.09	0.3362	0.3359	0.3355	0.3352	0.3349	0.3345	0.3342	0.3339	0.3335	0.3332
1.10	0.3329	0.3325	0.3322	0.3319	0.3315	0.3312	0.3309	0.3305	0.3302	0.3299
1.11	0.3296	0.3292	0.3289	0.3286	0.3282	0.3279	0.3276	0.3273	0.3269	0.3266
1.12	0.3263	0.3260	0.3256	0.3253	0.3250	0.3247	0.3243	0.3240	0.3237	0.3234
1.13	0.3230	0.3227	0.3224	0.3221	0.3217	0.3214	0.3211	0.3208	0.3205	0.3201
1.14	0.3198	0.3195	0.3192	0.3189	0.3185	0.3182	0.3179	0.3176	0.3173	0.3170
1.15	0.3166	0.3163	0.3160	0.3157	0.3154	0.3151	0.3147	0.3144	0.3141	0.3138
1.16	0.3135	0.3132	0.3129	0.3125	0.3122	0.3119	0.3116	0.3113	0.3110	0.3107
1.17	0.3104	0.3101	0.3097	0.3094	0.3091	0.3088	0.3085	0.3082	0.3079	0.3076
1.18	0.3073	0.3070	0.3067	0.3064	0.3061	0.3057	0.3054	0.3051	0.3048	0.3045
1.19	0.3042	0.3039	0.3036	0.3033	0.3030	0.3027	0.3024	0.3021	0.3018	0.3015
1.20	0.3012	0.3009	0.3006	0.3003	0.3000	0.2997	0.2994	0.2991	0.2988	0.2985
1.21	0.2982	0.2979	0.2976	0.2973	0.2970	0.2967	0.2964	0.2961	0.2958	0.2955
1.22	0.2952	0.2949	0.2946	0.2943	0.2941	0.2938	0.2935	0.2932	0.2929	0.2926
1.23	0.2923	0.2920	0.2917	0.2914	0.2911	0.2908	0.2905	0.2903	0.2900	0.2897
1.24	0.2894	0.2891	0.2888	0.2885	0.2882	0.2879	0.2877	0.2874	0.2871	0.2868
1.25	0.2865	0.2862	0.2859	0.2856	0.2854	0.2851	0.2848	0.2845	0.2842	0.2839
1.26	0.2837	0.2834	0.2831	0.2828	0.2825	0.2822	0.2820	0.2817	0.2814	0.2811
1.27	0.2808	0.2806	0.2803	0.2800	0.2797	0.2794	0.2792	0.2789	0.2786	0.2783
1.28	0.2780	0.2778	0.2775	0.2772	0.2769	0.2767	0.2764	0.2761	0.2758	0.2755
1.29	0.2753	0.2750	0.2747	0.2744	0.2742	0.2739	0.2736	0.2734	0.2731	0.2728
1.30	0.2725	0.2723	0.2720	0.2717	0.2714	0.2712	0.2709	0.2706	0.2704	0.2701
1.31	0.2698	0.2696	0.2693	0.2690	0.2687	0.2685	0.2682	0.2679	0.2677	0.2674
1.32	0.2671	0.2669	0.2666	0.2663	0.2661	0.2658	0.2655	0.2653	0.2650	0.2647
1.33	0.2645	0.2642	0.2639	0.2637	0.2634	0.2632	0.2629	0.2626	0.2624	0.2621
1.34	0.2618	0.2616	0.2613	0.2611	0.2608	0.2605	0.2603	0.2600	0.2598	0.2595
1.35	0.2592	0.2590	0.2587	0.2585	0.2582	0.2579	0.2577	0.2574	0.2572	0.2569
1.36	0.2567	0.2564	0.2561	0.2559	0.2556	0.2554	0.2551	0.2549	0.2546	0.2544
1.37	0.2541	0.2539	0.2536	0.2533	0.2531	0.2528	0.2526	0.2523	0.2521	0.2518
1.38	0.2516	0.2513	0.2511	0.2508	0.2506	0.2503	0.2501	0.2498	0.2496	0.2493
1.39	0.2491	0.2488	0.2486	0.2483	0.2481	0.2478	0.2476	0.2473	0.2471	0.2468
1.40	0.2466	0.2464	0.2461	0.2459	0.2456	0.2454	0.2451	0.2449	0.2446	0.2444
1.41	0.2441	0.2439	0.2437	0.2434	0.2432	0.2429	0.2427	0.2424	0.2422	0.2420
1.42	0.2417	0.2415	0.2412	0.2410	0.2407	0.2405	0.2403	0.2400	0.2398	0.2395
1.43	0.2393	0.2391	0.2388	0.2386	0.2384	0.2381	0.2379	0.2376	0.2374	0.2372
1.44	0.2369	0.2367	0.2365	0.2362	0.2360	0.2357	0.2355	0.2353	0.2350	0.2348
1.45	0.2346	0.2343	0.2341	0.2339	0.2336	0.2334	0.2332	0.2329	0.2327	0.2325
1.46	0.2322	0.2320	0.2318	0.2315	0.2313	0.2311	0.2308	0.2306	0.2304	0.2302
1.47	0.2299	0.2297	0.2295	0.2292	0.2290	0.2288	0.2286	0.2283	0.2281	0.2279
1.48	0.2276	0.2274	0.2272	0.2270	0.2267	0.2265	0.2263	0.2260	0.2258	0.2256
1.49	0.2254	0.2251	0.2249	0.2247	0.2245	0.2242	0.2240	0.2238	0.2236	0.2234
1.50	0.2231	0.2229	0.2227	0.2225	0.2222	0.2220	0.2218	0.2216	0.2214	0.2211

## 問題 [5]

図5で示すように、中心軸回りのねじりモーメント  $T$  を受ける十分長い中空丸棒（内半径  $r_0$ 、外半径  $r_2$ ）を考える。中空丸棒の断面のせん断応力分布は、図5-2のように  $r_0 \sim r_1$  が弾性領域、 $r_1 \sim r_2$  が塑性領域となった。なお、中空丸棒は同一材料で、せん断降伏応力を  $\tau_f$  とし、自重は無視してよい。以下の小問に答えよ。

1. 図5のように、中空丸棒が  $r_2$  から  $r_1$  まで降伏したときの応力状態を考える。このときの外表面における主応力の大きさを求めよ。
2. そのときのねじりモーメント  $T$  を算出せよ。

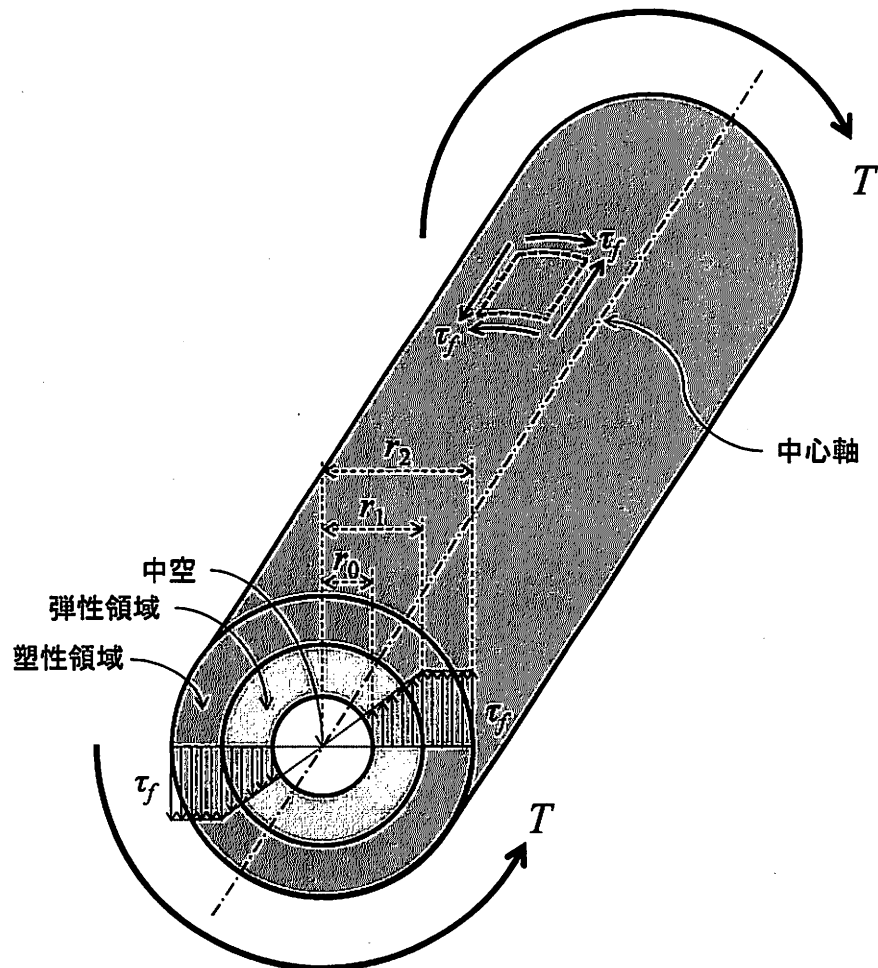


図5 ねじりモーメント  $T$  を受ける中空丸棒の断面に生じたせん断応力分布

## 問題 [6]

1. 電磁気学におけるマクスウェル (Maxwell) の方程式のうち、磁束密度の変化が電界に与える影響を記述する関係式を微分系で示せ。但し、式中に現れる全ての変数および定数の名称を明記すること。
2. 真空の3次元空間に、無限平板と見なせる十分に大きい平板がある (図6-1参照)。平板の厚さは薄く無視できる。平板には電荷が面密度  $\rho$  で均一に分布している。平板に垂直に  $x$  軸をとり、平板と軸との交点を原点 ( $x=0$ ) とする。真空の誘電率を  $\epsilon_0$  とし、平板の電荷によって発生する電界 (ベクトル量) の空間分布を答えよ。導出過程も明記すること。

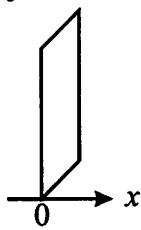


図6-1

3. 真空中に、電荷を帯びていない2つの同一形状の導体平板 A および B を、 $x$  軸に対して垂直に配置する。導体平板 A および B の間に、抵抗、電源、および、スイッチをつなぐ。但し、電源電圧は  $V$ 、抵抗は  $R$ 、導体平板面積は  $S$ 、真空の誘電率は  $\epsilon_0$  であり、導体平板は互いの距離に対して十分に大きいため、電界は  $x$  軸方向成分のみを有するとして扱ってよい。これらの条件で、以下の小問に答えよ。なお、解答に際しては、導出過程も明記すること。
  - (1) 図6-2は、導体平板 A および B を、それぞれ、 $x=0$  および  $x=d_1$  の位置におき、スイッチを ON にして十分時間が経過した後の状態を表している。図6-2の状態の時、2つの導体平板 A および B に蓄積される電荷を答えよ。
  - (2) 図6-2の状態の時、導体平板間に働く力を答えよ。
  - (3) 図6-2の状態から、スイッチを OFF にし、図6-3のように、導体平板 B の位置を  $x=d_1$  から  $x=d_2$  に移動させる。その移動に要する仕事を答えよ。
  - (4) 図6-2の状態から、スイッチを ON にしたまま、図6-4のように、導体平板 B の位置を  $x=d_1$  から  $x=d_2$  に、限りなくゆっくりと移動させる。その移動に要する仕事を答えよ。

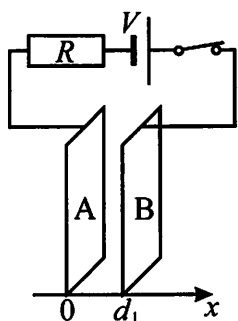


図6-2

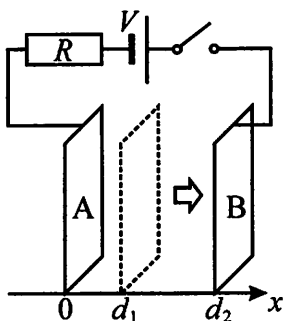


図6-3

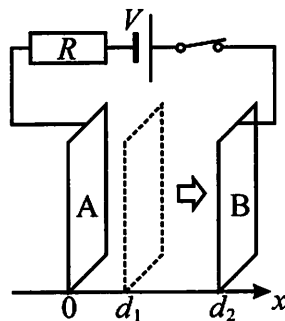


図6-4



## 問題 [7]

理想気体 1 mol を作業物質とする次のカルノー・サイクル(図7-1)を考える。

過程①: 温度  $T_H$  において状態A (体積  $V_A$ , 圧力  $p_A$ ) から状態B ( $V_B$ ,  $p_B$ ) まで等温可逆膨張

過程②: 状態B (温度  $T_H$ , 体積  $V_B$ , 圧力  $p_B$ ) から状態C ( $T_L$ ,  $V_C$ ,  $p_C$ ) まで断熱可逆膨張

過程③: 温度  $T_L$  において状態C (体積  $V_C$ , 圧力  $p_C$ ) から状態D ( $V_D$ ,  $p_D$ ) まで等温可逆圧縮

過程④: 状態D (温度  $T_L$ , 体積  $V_D$ , 圧力  $p_D$ ) から状態A ( $T_H$ ,  $V_A$ ,  $p_A$ ) まで断熱可逆圧縮

(温度, 体積, 圧力の単位は, それぞれ [K], [m<sup>3</sup>], [Pa])

以下の問いに答えよ。ただし, 気体定数を  $R$  [J K<sup>-1</sup> mol<sup>-1</sup>], 定積モル熱容量を  $C_V$  [J K<sup>-1</sup> mol<sup>-1</sup>], 定圧モル熱容量を  $C_p$  [J K<sup>-1</sup> mol<sup>-1</sup>] とし,  $C_p/C_V$  を  $\gamma$  で表すものとする。

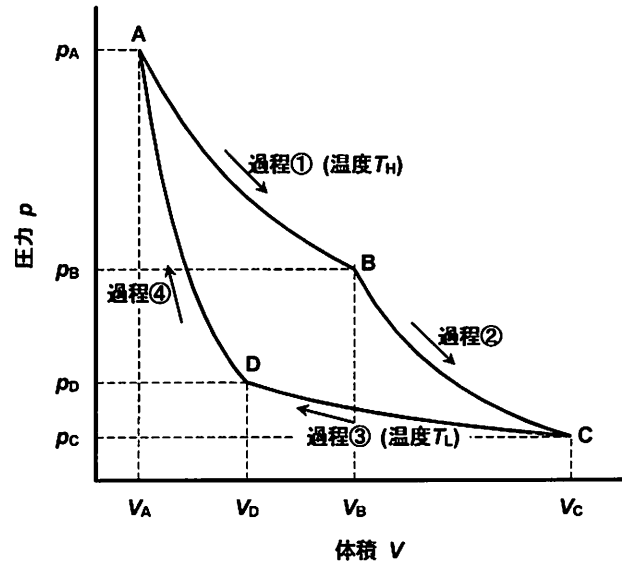


図7-1

1. 過程①において作業物質が外界にする仕事[J]を上記の記号を用いた式で表せ。

2. 過程①において作業物質が吸収した熱[J]を上記の記号を用いた式で表せ。

3. 理想気体について  $C_p = C_V + R$  であることを示せ。

4. 過程②において  $p_B V_B^\gamma = p_C V_C^\gamma$  であることを示せ。

5. 過程②において作業物質が外界にする仕事[J]は,

$$\frac{1}{1-\gamma} (p_C V_C - p_B V_B)$$

および,

$$C_V (T_H - T_L)$$

と表されることを示せ。

6. このサイクルをエントロピー  $S$ -温度  $T$  線図 (横軸をエントロピー  $S$  [J K<sup>-1</sup>], 縦軸を温度  $T$  とする図) 上に示せ。ただし, 状態  $i$  ( $i = A, B, C, D$ ) におけるエントロピーを  $S_i$  とする。

7. このサイクルの熱効率[-]は,

$$\frac{T_H - T_L}{T_H}$$

と表されることを示せ。