

専門科目（午前）
国際開発工学

26 大修
時間 9:30~12:30

注意事項

1. 次の

- [1] 国際開発に関する基礎知識, [2] 微分積分学,
[3] 線形代数学, [4] 確率・統計, [5] 力学,
[6] 電気磁気学, [7] 熱力学の中から,

4 題を選択して解答せよ。

2. 解答は 1 題ごとに別々の解答用紙(各題 1 枚)に記入せよ。
3. 各解答用紙に必ず問題番号及び受験番号を記入せよ。
4. 定規, コンパス, 電卓は使用不可である。

問題 [1]

以下の3つの問い(1. ~3.)の中から2つを選んで解答せよ。

1. 以下の枠内は、日本の安倍晋三首相が2013年5月にミャンマーを公式訪問した際、“新しい友情の礎”と題して、両国の共同声明として発表された文章の一部である。

ミャンマー国民の生活向上、豊かな国作りには、インフラを含む経済・社会資本の整備、制度整備、人材育成、農村部及び少数民族地域の発展などが鍵である。日本政府は、ミャンマーの発展を支援するため延滞債務の解消のための措置を行ったことを受け、無償資金協力に加え新規円借款を供与することとし、今次訪問中、これらについての交換公文を取り交わした。加えて、ミャンマー政府の制度整備や人材育成のための日本からの技術協力の重要性を共有し、更に発展させていくことを確認した。また、両首脳は、両国間の貿易・投資を含めた経済関係の強化のため、投資協定の早期署名に向けた作業の加速化、技術協力協定に向けた努力の強化、ティラワ経済特区開発など様々な協力を行うことで一致した。
(出典：外務省ホームページ)

この文章を踏まえ、今後日本がミャンマーにおいて実施すべき政府開発援助(ODA)の具体例を、自らの意見として、妥当性と実現可能性の観点を含め、300字程度で記述せよ。

2. 近年、開発途上国における適正技術の応用事例として、マラリヤ感染を防止することを目的とした薬効が長く持続する防虫蚊帳(いわゆる、mosquito net)がある。この製品を開発した企業によれば、2010年8月時点で、タンザニアにおける生産能力は年間約2,900万張りであり、その生産のために約7,000人の雇用機会が創出されている。この防虫蚊帳(mosquito net)の事例を参考に、適正技術の有する要件について、300字程度で記述せよ。
3. 1970年の国連総会において、先進国などによる開発途上国に対する政府開発援助(ODA)を国民総所得(GNI)比0.7%以上とする国際目標が設定された。しかし、この国際目標は依然として達成されていない。この国際目標が達成されていない理由について、自らの意見を300字程度で記述せよ。

問題 [2]

1. 以下の常微分方程式の厳密解を求めよ。虚数を使わずに表すこと。

(1) $f''(t) + 2f'(t) - 15f(t) = 0, f(0) = 0, f'(0) = -6$

(2) $f''(t) + 2f(t) = 4t, f(0) = 1, f'(0) = -2$

(3) $f''(t) - 4f'(t) + 3f(t) = e^{2t}, f(0) = -3, f'(0) = 0$

2. ある物体の変位 X (m) が時間 t (s) の関数として以下の式(2-1)で表せるものとする。ただし, a, b は非負の定数とする。

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + a \frac{dX}{dt} + X = \sin bt \quad (2-1)$$

- (1) 式(2-1)は, 非線形か線形か, 理由とともに述べよ。
- (2) a, b がともに 0 で, かつ, 初期変位が 1 m, 初期速度が 0 m/s の場合, (2-1) 式の厳密解を求めよ。
- (3) 上記(2)で得られた厳密解をもとに, 変位(縦軸)と速度(横軸)の関係を図示せよ。
- (4) $a=1, b=0$ かつ, 初期変位が 1 m, 初期速度が 0 m/s の場合, 式(2-1)の厳密解を求めよ。
- (5) 上記(4)で得られた厳密解をもとに, 変位(縦軸)が時間とともにどのように変化するか図示せよ。
- (6) $a=0, b=1$, かつ, 初期変位が 0 m, 初期速度が 0 m/s の場合, 式(2-1)の厳密解を求めよ。
- (7) 上記(6)で得られた厳密解をもとに, 変位(縦軸)が時間とともにどのように変化するか図示せよ。
- (8) 上記(7)の厳密解と同様の解の挙動は, 工学あるいは自然現象で数多く認められる。その事例を1つ上げて, どのような現象か簡単に説明せよ。

問題 [3]

次の行列に関する問いに答えよ。解答には計算過程を示すこと。なお、行列 A と B の積が可換であるとは、 $AB = BA$ が成立することを意味する。

1. (1)~(3) に示す行列の積が存在する場合はその積の計算結果を、実行できない場合は「積は存在しない」と記せ。

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

2. 2つの行列の積は一般には可換ではない。積が可換とならない行列の例を示し、実際に積を計算して可換でないことを示せ。
3. 複素数 $z = \alpha + \beta i$ に対して、次の式 (3-1) で与える 2 次正方行列を対応させる。なお、 α, β は実数であり、 i は虚数単位である。

$$\begin{pmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

任意の 2 つの複素数 $z_1 = a + bi$ と $z_2 = c + di$ を考える。ここで、 a, b, c, d は実数である。 z に対する式 (3-1) のように、 z_1, z_2 にそれぞれ 2 次正方行列を対応させたとき、複素数の積と行列の積が対応することを示せ。すなわち、実数 x, y を用いて、 $z_1 z_2 = x + yi$ と表すとき、次式を証明せよ。

$$\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix} \quad (3-2)$$

4. M を任意の 1 以上の整数とし、 $a_{M-1}, a_{M-2}, \dots, a_0$ を任意の実数とする。2 次単位行列を I_2 で、2 次零行列を O_2 で表す。このとき、実数を成分とする 2 次正方行列 A で、

$$A^M + a_{M-1}A^{M-1} + a_{M-2}A^{M-2} + \dots + a_0I_2 = O_2 \quad (3-3)$$

を満たすものが存在することを、前問 (3.) の考え方をを用いて証明せよ。

5. N を任意の 1 以上の整数とし、 A, B を、それぞれ、 N 個の固有値がすべて異なる任意の対称な N 次正方行列とする。いま、 A と B の積が可換であるとき、 A の固有ベクトルは B の固有ベクトルになり、逆に B の固有ベクトルは A の固有ベクトルになることを示せ。

問題 [4]

ある都市の1日の水消費量は最高気温によって異なり、1日の最高気温が30度以上の日は平均2,800トン、標準偏差800トンの正規分布、また30度未満の日は平均2,400トン、標準偏差700トンの正規分布で表されると仮定する。この都市の1日の最高気温が30度以上となる確率は0.2である。この都市の給水能力は1日3,800トンであり、水消費量が給水能力を超えると水不足が発生するものとする。次の問いに答えよ。なお、必要に応じて表4-1および表4-2を使用してよい。

1. 任意の1日に水不足が発生する確率を求めよ。
2. 異なる1日の気温が独立と仮定するとき、任意の3日間で水不足が発生する確率を求めよ。
3. 任意の1日に水不足が発生する確率を2%未満にしたいとき、1日の給水能力を少なくともどのくらいにすればよいのか求めよ。
4. 水不足がポアソン過程で発生すると仮定し、1.で求めた確率を1日あたりの水不足発生回数の期待値とする。このとき、任意の3日間で水不足が発生する確率を求めよ。

表 4-1 標準正規分布表 $(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Z e^{-\frac{x^2}{2}} dx)$ の一部

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9872	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986

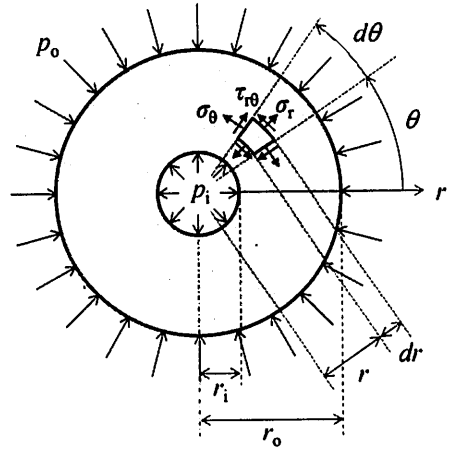
(次のページに続く)

表 4-2 指数関数表 ($e^{-x} = \frac{1}{e^x}$) の一部

x	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
0.00	1.0000	0.9990	0.9980	0.9970	0.9960	0.9950	0.9940	0.9930	0.9920	0.9910
0.01	0.9900	0.9891	0.9881	0.9871	0.9861	0.9851	0.9841	0.9831	0.9822	0.9812
0.02	0.9802	0.9792	0.9782	0.9773	0.9763	0.9753	0.9743	0.9734	0.9724	0.9714
0.03	0.9704	0.9695	0.9685	0.9675	0.9666	0.9656	0.9646	0.9637	0.9627	0.9618
0.04	0.9608	0.9598	0.9589	0.9579	0.9570	0.9560	0.9550	0.9541	0.9531	0.9522
0.05	0.9512	0.9503	0.9493	0.9484	0.9474	0.9465	0.9455	0.9446	0.9436	0.9427
0.06	0.9418	0.9408	0.9399	0.9389	0.9380	0.9371	0.9361	0.9352	0.9343	0.9333
0.07	0.9324	0.9315	0.9305	0.9296	0.9287	0.9277	0.9268	0.9259	0.9250	0.9240
0.08	0.9231	0.9222	0.9213	0.9204	0.9194	0.9185	0.9176	0.9167	0.9158	0.9148
0.09	0.9139	0.9130	0.9121	0.9112	0.9103	0.9094	0.9085	0.9076	0.9066	0.9057
0.10	0.9048	0.9039	0.9030	0.9021	0.9012	0.9003	0.8994	0.8985	0.8976	0.8967
0.11	0.8958	0.8949	0.8940	0.8932	0.8923	0.8914	0.8905	0.8896	0.8887	0.8878
0.12	0.8869	0.8860	0.8851	0.8843	0.8834	0.8825	0.8816	0.8807	0.8799	0.8790
0.13	0.8781	0.8772	0.8763	0.8755	0.8746	0.8737	0.8728	0.8720	0.8711	0.8702
0.14	0.8694	0.8685	0.8676	0.8668	0.8659	0.8650	0.8642	0.8633	0.8624	0.8616
0.15	0.8607	0.8598	0.8590	0.8581	0.8573	0.8564	0.8556	0.8547	0.8538	0.8530
0.16	0.8521	0.8513	0.8504	0.8496	0.8487	0.8479	0.8470	0.8462	0.8454	0.8445
0.17	0.8437	0.8428	0.8420	0.8411	0.8403	0.8395	0.8386	0.8378	0.8369	0.8361
0.18	0.8353	0.8344	0.8336	0.8328	0.8319	0.8311	0.8303	0.8294	0.8286	0.8278
0.19	0.8270	0.8261	0.8253	0.8245	0.8237	0.8228	0.8220	0.8212	0.8204	0.8195
0.20	0.8187	0.8179	0.8171	0.8163	0.8155	0.8146	0.8138	0.8130	0.8122	0.8114
0.21	0.8106	0.8098	0.8090	0.8082	0.8073	0.8065	0.8057	0.8049	0.8041	0.8033
0.22	0.8025	0.8017	0.8009	0.8001	0.7993	0.7985	0.7977	0.7969	0.7961	0.7953
0.23	0.7945	0.7937	0.7929	0.7922	0.7914	0.7906	0.7898	0.7890	0.7882	0.7874
0.24	0.7866	0.7858	0.7851	0.7843	0.7835	0.7827	0.7819	0.7811	0.7804	0.7796
0.25	0.7788	0.7780	0.7772	0.7765	0.7757	0.7749	0.7741	0.7734	0.7726	0.7718
0.26	0.7711	0.7703	0.7695	0.7687	0.7680	0.7672	0.7664	0.7657	0.7649	0.7641
0.27	0.7634	0.7626	0.7619	0.7611	0.7603	0.7596	0.7588	0.7581	0.7573	0.7565
0.28	0.7558	0.7550	0.7543	0.7535	0.7528	0.7520	0.7513	0.7505	0.7498	0.7490
0.29	0.7483	0.7475	0.7468	0.7460	0.7453	0.7445	0.7438	0.7430	0.7423	0.7416
0.30	0.7408	0.7401	0.7393	0.7386	0.7379	0.7371	0.7364	0.7357	0.7349	0.7342
0.31	0.7334	0.7327	0.7320	0.7312	0.7305	0.7298	0.7291	0.7283	0.7276	0.7269
0.32	0.7261	0.7254	0.7247	0.7240	0.7233	0.7225	0.7218	0.7211	0.7204	0.7196
0.33	0.7189	0.7182	0.7175	0.7168	0.7161	0.7153	0.7146	0.7139	0.7132	0.7125
0.34	0.7118	0.7111	0.7103	0.7096	0.7089	0.7082	0.7075	0.7068	0.7061	0.7054
0.35	0.7047	0.7040	0.7033	0.7026	0.7019	0.7012	0.7005	0.6998	0.6991	0.6984
0.36	0.6977	0.6970	0.6963	0.6956	0.6949	0.6942	0.6935	0.6928	0.6921	0.6914
0.37	0.6907	0.6900	0.6894	0.6887	0.6880	0.6873	0.6866	0.6859	0.6852	0.6845
0.38	0.6839	0.6832	0.6825	0.6818	0.6811	0.6805	0.6798	0.6791	0.6784	0.6777
0.39	0.6771	0.6764	0.6757	0.6750	0.6744	0.6737	0.6730	0.6723	0.6717	0.6710
0.40	0.6703	0.6697	0.6690	0.6683	0.6676	0.6670	0.6663	0.6656	0.6650	0.6643
0.41	0.6637	0.6630	0.6623	0.6617	0.6610	0.6603	0.6597	0.6590	0.6584	0.6577
0.42	0.6570	0.6564	0.6557	0.6551	0.6544	0.6538	0.6531	0.6525	0.6518	0.6512
0.43	0.6505	0.6499	0.6492	0.6486	0.6479	0.6473	0.6466	0.6460	0.6453	0.6447
0.44	0.6440	0.6434	0.6427	0.6421	0.6415	0.6408	0.6402	0.6395	0.6389	0.6383
0.45	0.6376	0.6370	0.6364	0.6357	0.6351	0.6344	0.6338	0.6332	0.6325	0.6319
0.46	0.6313	0.6307	0.6300	0.6294	0.6288	0.6281	0.6275	0.6269	0.6263	0.6256
0.47	0.6250	0.6244	0.6238	0.6231	0.6225	0.6219	0.6213	0.6206	0.6200	0.6194
0.48	0.6188	0.6182	0.6175	0.6169	0.6163	0.6157	0.6151	0.6145	0.6139	0.6132
0.49	0.6126	0.6120	0.6114	0.6108	0.6102	0.6096	0.6090	0.6084	0.6077	0.6071
0.50	0.6065	0.6059	0.6053	0.6047	0.6041	0.6035	0.6029	0.6023	0.6017	0.6011

問題 [5]

図 5-1 の一断面に示す内半径 r_i 、外半径 r_o の完全弾性体の厚肉円筒がある。内周に圧縮応力 p_i 、外周に圧縮応力 p_o が面に直角に作用している。円筒断面において、極座標系 (r, θ) をとり、半径方向応力 σ_r 、円周角方向応力 σ_θ およびせん断応力 $\tau_{r\theta}$ が作用している微小要素を考える。ただし、物体力を無視できるとし、また z 方向の応力変化についても無視できるものとする。次の問いに答えよ。途中の導出過程についても記述すること。



(1) 図 5-2 の物体内部の微小要素について、半径方向のつり合い方程式を導け。また、 $\sin(d\theta/2) \approx d\theta/2$, $\cos(d\theta/2) \approx 1$, $dr^2 \approx 0$, $d\theta^2 \approx 0$ として、高次の微小量となる項は無視してよい。

(2) 内周および外周の表面の応力状態を示せ。

(3) 応力関数 F を次のようにおくと、(2) で求めた表面応力状態を使って、定数 A, B, C, D を決定せよ。

$$F(r, \theta) = Ar^2 + Br^2\theta + C \ln r + D\theta$$

なお、円筒の内部に応力を表す応力成分 σ_r , σ_θ および $\tau_{r\theta}$ は次式で表示される。

$$\sigma_r(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2}$$

$$\sigma_\theta(r, \theta) = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}$$

$$\tau_{r\theta}(r, \theta) = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right)$$

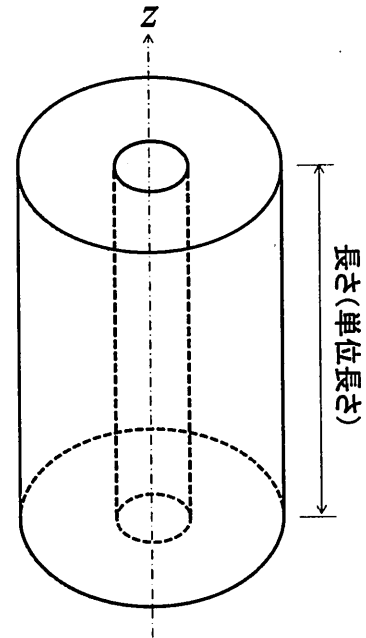


図 5-1

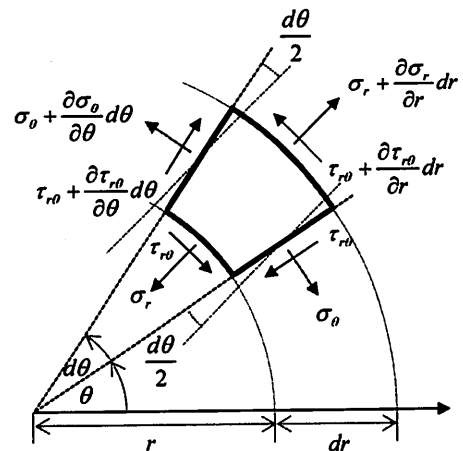


図 5-2

問題 [6]

- 電磁気学におけるマクスウェル (Maxwell) の方程式のうち、電磁誘導の法則に対応するものを微分形で記せ。なお、式中に現れる全ての変数および定数の名称を明記すること。
- 無限に広い真空の3次元空間に図6-1のような円筒がある。円筒は軸方向に無限 (∞) に長く、厚さは薄く無視できる。また、円筒表面には電荷が一様に分布している。円筒の中心軸に沿って z 軸をとり、 z 軸に垂直に r 軸をとる。円筒の半径を r_0 、分布電荷の面密度を ρ 、真空の誘電率を ϵ_0 として、以下の問いに答えよ。
 - 円筒内部 ($0 \leq r < r_0$) の電界を r の関数として求めよ。
 - 円筒外部 ($r_0 < r$) の電界を r の関数として求めよ。
- 図6-2に示すような2重円筒状の導体がある。外円筒と内円筒は中心軸を共有している。内円筒はスイッチ、抵抗 R 、および電圧 V の電源を介して外円筒に接続されている。内円筒の半径を r_1 、外円筒の半径を r_2 、2重円筒の中心軸方向の長さを L とする。 L は有限であるが十分に大きく、円筒周辺に発生する電界は無限に長い円筒の場合に等しいと見なす。両方の円筒に電荷が蓄積されていない状態を初期状態とし、時刻 $t=0$ においてスイッチを入れる。以下の問いに答えよ。
 - 時間が無限に経過した後、内円筒に蓄積されている全電荷量を求めよ。
 - 外円筒に対する内円筒の電位差を時刻 t の関数として求めよ。

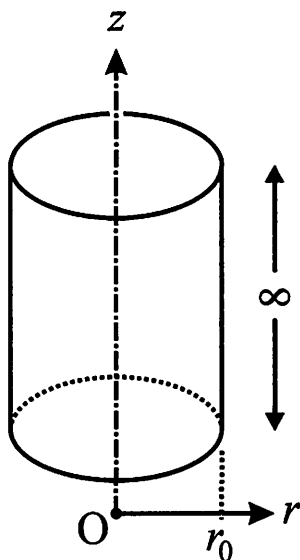


図6-1

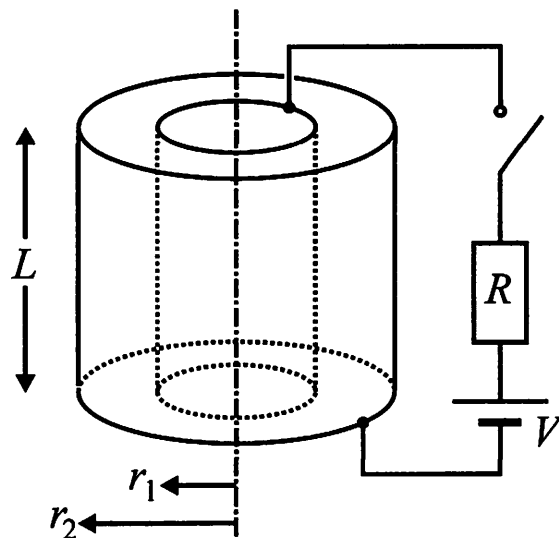


図6-2

問題 [7]

1. 次の文の (ア)~(オ) を埋めよ。

c 個の成分からなる多成分系において p 個の相が共存して平衡状態にある。この系において、それぞれの相の状態を表わす独立な変数は温度、圧力、および (ア) 個の組成を表わす変数 (モル分率など) の $(2+(ア))$ 個である。したがって p 個の相からなる系全体の状態を表わす独立な変数は $(2+(ア))p$ 個となる。また系全体が平衡状態にあることから、全ての相の温度が等しいという条件が (イ) 個、全ての相の圧力が等しいという条件が (ウ) 個、およびすべての相のそれぞれの成分の化学ポテンシャル (相の温度、圧力、および組成を表わす変数により表わされる) が等しいという条件が (エ) 個ある。以上より、系の自由度 f は、 $f=(2+(ア))p-(イ)-(ウ)-(エ)=(オ)$ なるギブズの相律で表わされる。

2. 単原子分子からなる理想気体 1.00 mol (気体Aとする) が温度 273 K、圧力 1.01×10^5 Pa の状態 (状態 I とする) にある。この気体Aを、状態 I のときの体積の $1/4$ まで断熱可逆的に圧縮すると圧力は 1.02×10^6 Pa となった。これを、その後、状態 I のときの体積まで等温可逆的に膨張させた。次の各問に答えよ。なお、気体定数を $8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ とし、必要があれば、 $\ln 2 = 6.93 \times 10^{-1}$ 、 $\ln 3 = 1.10$ 、 $\ln 5 = 1.61$ 、 $\ln 7 = 1.95$ を用いよ。

- (1) 気体Aが外界に対してなした総仕事量を求めよ。
- (2) 気体Aに流入した総熱量を求めよ。
- (3) 気体Aのエントロピーの総変化量を求めよ。