専門科目（午前）　　　　　　　　　　　25　大修

国際開発工学　　　　　　　　　　　時間 9:30~12:30

注意事項

1. 次の [1] 国際開発に関する基礎知識，[2] 微分積分学，
   [3] 線形代数学，[4] 確率・統計，[5] 力学，
   [6] 電気磁気学，[7] 熱力学 の中から，4 題を選択して解答せよ。
2. 解答は 1 題ごとに別々の解答用紙(各題 1 枚)に記入せよ。
3. 各解答用紙に必ず問題番号及び受験番号を記入せよ。
4. 定規，コンパス，電卓は使用不可である。

問題 ［1］

以下の3つの問いの中から2つを選んで回答せよ。

1．先進国の政府開発援助（Official Development Assistance, ODA）は，様々な形態を通じて開発途上国を支援しており，その支援の形態の一つに技術協力がある。先進国の技術協力が開発途上国において持続的に効果を発揮するため必要となると思われる留意事項について，300字程度で記述せよ。

2．開発途上国における開発を進めるためには，ジェンダーの観点が重要である。事実，ミレニアム開発目標の目標3では，「ジェンダー平等推進と女性の地位向上」が掲げられている。ジェンダーの観点が重要である背景や理由について，具体的に300字程度で記述せよ。

3．過去開催された，以下の3つの国連関係の国際会議の中から1つを選んで，当該会議の概要と国際社会へ及ぼした影響について，知るところを300字程度で記述せよ。

(1)「国連環境開発会議」（1992年，リオデジャネイロ，ブラジルにて開催）
(2)「持続可能な開発に関する世界首脳会議」（2002年，ヨハネスブルグ，南アフリカにて開催）
(3)「気候変動枠組条約第15回締約国会議」（2009年，コペンハーゲン，デンマークにて開催）

問題［2］

1．以下の常微分方程式の厳密解を求めよ。

（1） $f''(x)-4f'(x)+4f(x)=0,\quad f(0)=3,\ f'(0)=3$

（2） $f''(x)-3f'(x)+2f(x)=0,\quad f(0)=2,\ f'(0)=1$

（3） $f''(x)+4f'(x)+5f(x)=0,\quad f(0)=2,\ f'(0)=1$

2．以下の常微分方程式の厳密解を求めよ。

（1） $f''(x)+9f(x)=\cos x,\quad f(0)=0,\ f'(0)=6$

（2） $f''(x)+9f(x)=6\cos 3x,\quad f(0)=1,\ f'(0)=9$

3．以下の一階常微分方程式(a)に関する設問（1）～（6）について答えよ。ただし，$N(t)$ を微生物個体数，t を時間，a,b は正の定数，初期条件を $N(0)=N_0(>0)$，$N_0 \neq a/b$，とする。

$$\frac{dN}{dt}=t\,(a-bN)N \qquad \text{(a)}$$

（1）(a)式は，非線形か線形かを，理由とともに述べよ。

（2）(a)式を変形し，従属変数と独立変数をそれぞれ左辺と右辺に分離した式（これを(b)式とする）を導け。

（3）(b)式の右辺および左辺についてそれぞれ積分を実行せよ。

（4）(a)式の厳密解を求めよ。

（5）時間がじゅうぶんに経過したときの，解の挙動を説明せよ。

（6）(a)式の解を数値的・近似的に求める手順を一例をあげて説明せよ。

問題 [3]

本問題では，ベクトル空間として実ベクトル空間だけを考え，行列も全て実行列であるものとする。一般に，行列 A の転置行列を A^T で表し，A に逆行列が存在する場合にはそれを A^{-1} で表すことにする。また，ベクトル $\boldsymbol{x}$ のノルムを $\|\boldsymbol{x}\|$ で表し，M 次単位行列を I_M で表すことにする。このとき，次の問いに答えよ。解答には計算途中の式等を示すこと。

1. (1)〜(3) に示す 1 次，2 次，3 次正方行列の逆行列をそれぞれ求めよ。

$$(1)\quad \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}, \qquad (2)\quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (3)\quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

2. 任意の実 (M, N)-行列 A と任意の M 次元ベクトル $\boldsymbol{x}$ に対して，次式を証明せよ。

$$\|(AA^T + I_M)\boldsymbol{x}\| \ \geq \|\boldsymbol{x}\| \tag{3-1}$$

3. 2. の表記のもと，次の行列が正則であることを証明せよ。

$$AA^T + I_M \tag{3-2}$$

4. 2. の表記のもと，次の等式を証明せよ。

$$A^T(AA^T + I_M)^{-1} = (A^TA + I_N)^{-1}A^T \tag{3-3}$$

5. M が N に比べて極めて大きいものとする。式 (3-3) より，その右辺および左辺のどちらを計算しても本質的には同じ行列が得られる。ただし，数値計算を行おうとすると，右辺あるいは左辺のどちらの式を計算するかによって，計算結果となる行列を得るための総計算量に違いが生じる可能性がある。この両者の総計算量に関する優劣を論じよ。

6. A を任意の (M, N)-行列，R および Q をそれぞれ任意の正則な N 次および M 次正方行列とする。$ARA^T + Q$，$A^TQ^{-1}A + R^{-1}$ が正則であるとき，次の等式を証明せよ。

$$RA^T(ARA^T + Q)^{-1} = (A^TQ^{-1}A + R^{-1})^{-1}A^TQ^{-1} \tag{3-4}$$

問題 [4]

Z県の夏期日中における1時間毎の電力消費量は，平均150万キロワット時，標準偏差40万キロワット時の正規分布で近似できるとし，異なる1時間の電力消費量は互いに独立であると仮定する。1時間の電力消費量が基準値である240万キロワット時を超えた場合，電力使用が制限されることとなっている。下記の問いに答えよ。なお，必要に応じて表4-1を使用してよい。

1. 1時間の電力消費量を確率変数 X として，Z県夏期日中の任意の1時間の電力消費量が基準値を超える確率を求めよ。
2. Z県夏期日中に1時間の電力消費量が基準値を超える確率を，現行の基準値を変更することにより，現在の確率の3分の1にしたい。このとき，電力使用を制限する1時間の電力消費量の新たな基準値を求めよ。
3. Z県夏期日中における任意の3時間のうち，少なくとも1回，1時間の電力消費量が基準値を超える確率を求めよ。
4. Z県夏期日中に任意の1時間の電力消費量が基準値を超えた場合，Z県内のある1つの工場が生産量の被害を直接受ける確率は 20%である。Z県夏期日中の任意の3時間のうち，少なくとも1回，工場生産量の被害が発生する確率を求めよ。

表 4-1　標準正規確率表の一部

	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9872	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9806	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986

問題 [5]

1. 断面に対して垂直（奥行き）方向に十分長い 2 枚の直交する剛体板（鉛直断面を AC, CB とし，交点部分で剛接合されている）が回転自由で固定された線状支点 A（断面に垂直方向に十分長い）および回転自由，AB 方向移動自由な線状支点 B（断面に垂直方向に十分長い）で支持されている（図 5-1）。板の支点 A から受ける力の水平，垂直成分を H_A, V_A（図 5-1 中の向きの場合を正とする），板の支点 B から受ける力の水平，垂直成分を H_B, V_B（図 5-1 中の向きの場合を正とする）と記す。板 BC についてはその面に垂直に幅 CB にわたって等分布荷重 q を受け，板 AC, CB の質量は 0 とみなし，支点 B の接触する面はなめらかとする。$\overline{AC} = \overline{CB} = 0.5$ m，$q = 50$ kN/m の時，V_A, V_B, H_A, H_B を求めよ。

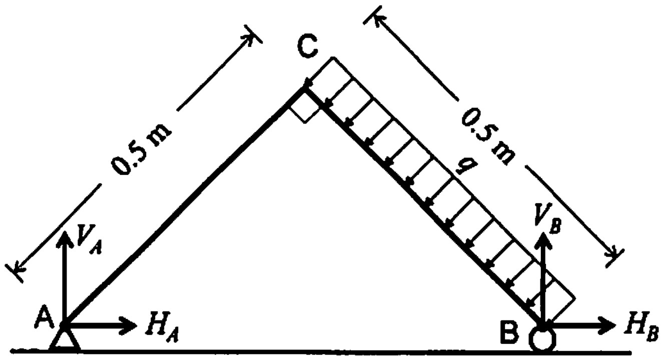

図 5-1

2. 高さが l，底面の一辺が d の正四角錐の一様な弾性体の底面部を水平な剛体天井に底面の位置が変化しないように逆さにつるす（図 5-2）。この時，正四角錐は自重によってほぼ真直ぐ伸びる。$d \ll l$ として水平断面内のひずみ分布の存在の効果は無視して，正四角錐頂点（下端）の変位を求めよ。弾性体の密度を ρ，縦弾性係数（ヤング率）を E，重力加速度を g とする。

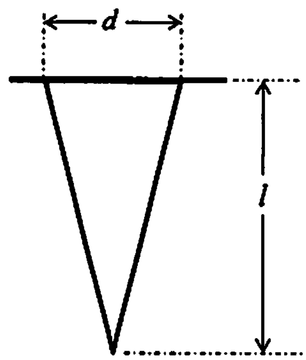

図 5-2

問題 [6]

1. 電磁気学におけるマクスウェル（Maxwell）の方程式のうち，電磁誘導の法則に対応するものを記せ。なお，式中に現れる全ての変数および定数の名称を明記すること。

2. 電磁気学におけるマクスウェルの方程式のうち，アンペア（Ampère）の法則に対応するものを記せ。なお，式中に現れる全ての変数および定数の名称を明記すること。

3. ３次元空間の半分が物質で占められている。物質の表面は平らで無限に広いとする。表面に対し垂直にx軸をとる。x軸の正の向きが真空側を向くようにとり，$x=0$の面を物質の表面とする。物質はイオンと電子からなる。図６－１に示すように，イオンの電荷密度分布ρ_Aを式（1A）で表されるとする。イオンに比べ電子は質量がはるかに小さく波の性質を持つため，その密度分布は表面近傍でなだらかに変化していることが予想される。そこで，電子の電荷密度分布ρ_Bを式（1B）で表されるとする。ρ_Aおよびρ_Bはxのみの関数で，時間に対して変化せず，λ および ρ_0 は正の定数とする。

$$\rho_A = \begin{cases} \rho_0 & (x \le 0) \\ 0 & (0 < x) \end{cases} \qquad (1A)$$

$$\rho_B = \begin{cases} -\rho_0 & (x \le -\lambda/2) \\ \dfrac{\rho_0}{\lambda}x - \dfrac{\rho_0}{2} & (-\lambda/2 < x < \lambda/2) \\ 0 & (\lambda/2 \le x) \end{cases} \qquad (1B)$$

(1) イオンと電子の存在に起因する全電荷密度分布ρをxの関数として図示せよ。
(2) 電荷密度分布によって発生する電場$\boldsymbol{E}$の方向を答えよ。
(3) $x=-\lambda$ における電場$\boldsymbol{E}$の大きさを答えよ。
(4) $x=+\lambda$ における電場$\boldsymbol{E}$の大きさを答えよ。
(5) $x=0$ における電場$\boldsymbol{E}$の大きさを求めよ。導出過程も明記すること。
(6) 電場$\boldsymbol{E}$の大きさをxの関数として求め，図示せよ。導出過程も明記すること。
(7) 電位分布Vをxの関数として求め，図示せよ。但し，$x=-\infty$における電位を０（ゼロ）とせよ。導出過程も明記すること。
(8) 電荷量$-e$の電荷を$x=-\infty$の位置から$x=\infty$の位置まで運ぶのに必要なエネルギーを求めよ。但し，eは電荷密度分布に影響しないほど小さいとする。

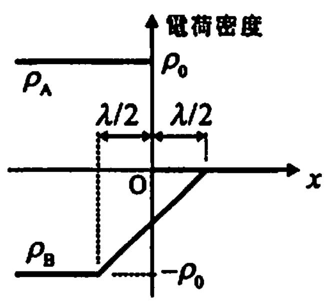

図６－１

問題［7］

1. エタンC_2H_6の完全燃焼は次の反応式で表される。

$$C_2H_6\,(\text{気体}) + \frac{7}{2}O_2\,(\text{気体}) \rightarrow 2CO_2\,(\text{気体}) + 3H_2O\,(\text{気体})$$

以下の問いに答えよ。ただし，全ての気体を理想気体とする。

(1) 298 K，100 kPaにおけるC_2H_6の完全燃焼の反応熱を求めよ。ただし，このときのC_2H_6 (気体)，O_2 (気体)，CO_2 (気体)，H_2O (気体)の生成熱を，それぞれ，$-80\ \mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$，$0\ \mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$，$-390\ \mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$，$-240\ \mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$とする。

(2) C_2H_6 (気体) 1 molを完全燃焼させるのに最低限必要な空気の物質量[mol]を求めよ。ただし，空気はO_2およびN_2のみからなり，O_2のモル分率を0.2，N_2は不活性とする。

(3) (2)で求めた量の1.3倍の空気中において，初期の温度を298 Kとし，定圧(100 kPa)および断熱でC_2H_6 1 molを完全燃焼させた場合の到達し得る最高温度を求めよ。ただし，空気の組成は(2)の場合と同じで，N_2を不活性とし，燃焼後に存在する全気体の平均の定圧モル熱容量を$0.036\ \mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$としてよい。

2. 図7-1は，圧力が一定の場合における成分Aと成分Bからなる2成分混合物の気液平衡関係を，横軸に成分Aのモル分率x_Aを，縦軸に温度Tをとり，表わしたものである。成分Aと成分Bは，共沸混合物を形成し，液体においては互いに溶解しあわない2液相を形成する場合がある。以下の問いに答えよ。

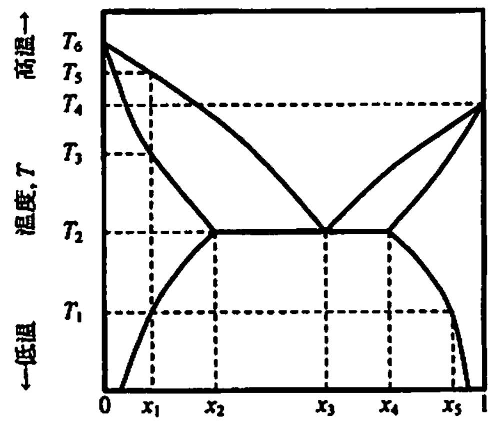

図7-1

(1) 成分Aの沸点および成分Bの沸点を図7-1中の記号を用いて示せ。

(2) 共沸混合物における成分Aのモル分率x_Aおよび共沸混合物の沸点を図7-1中の記号を用いて示せ。

(3) $x_A = x_1$である成分Aと成分Bの混合物の沸点を図7-1中の記号を用いて示せ。

(4) 温度T_1における，成分Bに対する成分Aの溶解度および成分Aに対する成分Bの溶解度を図7-1中の記号を用いて示せ。

(5) $x_A = x_3$である成分Aと成分Bの混合物の温度T_1における状態を以下の(*a*)～(*f*)の選択肢から選べ。

(*a*)共沸混合物の気体と$x_A = x_2$の液体と$x_A = x_4$の液体の3相，(*b*)共沸混合物の気体と$x_A = x_1$の液体と$x_A = x_5$の液体の3相，(*c*)共沸混合物の気体と共沸混合物の液体の2相，(*d*) $x_A = x_2$の液体と$x_A = x_4$の液体の2相，(*e*) $x_A = x_1$の液体と$x_A = x_5$の液体の2相，(*f*)共沸混合物の液体の1相